



УДК 631.37

DOI: 10.37128/2520-6168-2021-4-1

МАТЕМАТИЧНЕ ОБҐРУНТУВАННЯ СТІЙКОСТІ РУХУ КЕРОВАНОГО МОСТА КОЛІСНОГО ТРАКТОРА

Гулько Ірина Василівна, к.т.н., доцент
Вінницький національний аграрний університет

Iryna Gunko, Ph.D., Associate Professor
Vinnitsia National Agrarian University

У статті розглянуто вплив коливання коліс та мікропрофілю дорожнього покриття на стійкість руху керованого мосту колісного трактора. Представлені причини, що викликають коливання керованих коліс, розрахункова схема керованого мосту колісного трактора та послідовність визначення частоти коливань мосту трактора. Причинами, що викликають коливання керованих коліс є наїзди на нерівності, дисбаланс коліс та наявність подвійного зв'язку з рамою трактора через систему рульового управління та кріплення балки керованого моста.

Найбільш поширеними функціями для опису нерівностей дороги, які впливають на рух трактора є математичне очікування та середнє значення ординат мікропрофілю, дисперсія або середнє квадратичне відхилення ординат, кореляційна функція, що характеризує взаємозв'язок різних реалізацій функцій мікропрофілю за довжиною дорожньої ділянки.

На стійкість руху трактора побічний вплив надають коливання керованих коліс, що призводить до коливань керованого мосту завдяки наявності додаткового ступеня свободи (поворот навколо шворня) порівняно з некерованими. Крім того, керовані колеса пов'язані між собою рульовою трапецією, яка має демпфування завдяки зазорам.

Колівання коліс може відбуватися також унаслідок того, що радіальна (нормальна) жорсткість шин по колу виявляється неоднаковою. При коченні такої шини колесо починає колитися у вертикальній площині. Подібні коливання, що здійснюються внаслідок зміни параметрів колівальної системи, називають параметричними. Автоколивання керованих коліс викликають значні динамічні навантаження на деталі рульового управління, інтенсивне зношування шин і призводять до втрати трактором керованості та стійкості руху. Однією з основних причин виникнення автоколивань керованих коліс є наявність гіроскопічного зв'язку між кутовими коливаннями балки керованого моста у поперечній площині та поворотом коліс цього моста щодо шворнів.

У статті також розглянуто фізичну сутність процесів, що відбуваються при автоколиваннях керованих коліс трактора.

Ключові слова: стійкість руху, керований міст, колісний трактор, дорожнє покриття, коливання, гіроскопічний момент, швидкість руху.

Ф. 14. Рис. 3. Літ. 13.

1. Постановка проблеми

Під час руху по дорозі з нерівною поверхнею трактор зазнає знако-змінних навантажень та коливань. Основними вузлами, які захищають трактор від динамічного впливу дороги та зводять коливання та вібрації до прийняттого рівня є керований міст та шини.

Багаторічний досвід показує, що нерівності дорожнього покриття та викликані ними коливання рами та коліс трактора призводять, як правило, до погіршення всіх його експлуатаційно-технічних характеристик.

Керований міст колісного трактора забезпечує оптимальну керованість, стійкість руху, довговічність та надійність роботи. Визначення умов стійкого руху дозволять зменшити знос деталей ходової частини трактора, подовжити термін його експлуатації.

2. Аналіз останніх досліджень і публікацій

Існує ряд публікацій [1-6], присвячених огляду питань, пов'язаних з аналізом динамічної стійкості та плавності руху самохідних машин, проте необхідно звернути увагу на різноплановість робіт. Залежно від поставлених завдань досліджень, прийнятої розрахункової схеми моделі, а також застосуванням того чи іншого методу дослідження, у цих роботах приймався ряд припущень, що потребують узагальнення, а методи досліджень – подальшого розвитку та аналізу.



3. Мета досліджень

Мета даної роботи полягає в підвищенні динамічної стійкості руху керованого мосту колісного трактора за рахунок дослідження основних причин, що впливають на його стійкість руху, а також раціоналізація конструктивних параметрів та експлуатаційних факторів.

4. Викладення основного матеріалу

Розглянемо основні причини, що впливають на стійкість руху керованого мосту колісного трактора.

Причинами, що викликають коливання керованих коліс є наїзди на нерівності, дисбаланс коліс та наявність подвійного зв'язку з рамою трактора через систему рульового управління та кріплення балки керованого моста.

При наїзді колеса на нерівність дороги виникає реакція, яка створює момент інерції щодо осі шворня, що призводить до повороту або відхилення керованих коліс на деякий кут. Цьому повороту протидіють сили зчеплення колеса з покриттям дороги, пружність та тертя в рульовому управлінні, гіроскопічні моменти, що утворюються у процесі зміни положення коліс та балки керованого моста.

Для опису висот нерівності дороги під передніми та задніми колесами трактора, наприклад, h_1 та h_2 (мікропрофілю дорожнього покриття) використовують ряд функцій, які досить точно описують різні типи дорожніх покриттів. Найбільш поширеними функціями є математичне очікування та середнє значення ординат мікропрофілю, дисперсія або середнє квадратичне відхилення ординат, кореляційна функція, що характеризує взаємозв'язок різних реалізацій функцій мікропрофілю за довжиною дорожньої ділянки, та спектральна щільність мікропрофілю дороги. Якщо є m реалізацій ординат мікропрофілю (залежності ординат по довжині L дорожньої ділянки $r(L)$) дорожнього покриття, то в якості висоти нерівності, наприклад h_1 , беруть середнє значення ординат: $h_1(L) = \sum_{i=1}^m r_i(L)/m$. Відповідно $h_2(L) = h_1(L - L_1 - L_2)$ [7].

Основне джерело низькочастотних коливань трактора під час руху – це нерівності поверхні дороги, які мають імовірнісний, випадковий характер [8].

У процесі вимірювання параметрів мікропрофілю отримують функцію висоти нерівності від пройденого шляху l .

Результати розрахунків показують, що поодинокі нерівності з достатньою точністю можна виразити у вигляді хвилі синусоїдальної форми, яка описується наступним чином

$$q = q_0 \sin\left(\frac{2\pi l}{l_0}\right); \quad 0 \leq l \leq l_0, \quad (1)$$

де q_0 – висота нерівності; l_0 – довжина нерівності.

При цьому періодичні нерівності можна представити у вигляді безперервних повторень одиничної нерівності. Формули для мікропрофілю як одиничної, так і періодичної нерівності доцільно записати як функції часу t , або $l = \mathcal{G}_{mp} t$, де \mathcal{G}_{mp} – швидкість руху трактора.

Тоді, для одиничної нерівності $q = q_0 \sin vt$, $0 \leq t \leq 2\pi/v$; для періодичної нерівності $q = q_0 \sin vt$, $0 \leq t < \infty$, де $v = 2\pi\mathcal{G}_{mp}/l_0$ – частота вимушених коливань. Довільний мікропрофіль можна розглядати як реалізацію деякої випадкової функції. Якщо вважати цю випадкову функцію ергодичною та стаціонарною, то аналітичний опис такого мікропрофілю спрощується.

Для стаціонарних випадкових функцій нерівності основними характеристиками є кореляційна функція і спектральна щільність (енергетичний спектр). Кореляційну функцію для кожного режиму руху визначають мікропрофілем дороги. Ця функція є основною статистичною характеристикою у часовій області стаціонарного випадкового процесу та відображає всі основні властивості впливу: характер нерівності мікропрофілю дороги (висота, форма, довжина) та швидкість руху трактора.

Кореляційна функція характеризує зв'язок між ординатами випадкової функції, зміщеними один щодо одного на час τ . Для безперервної випадкової функції кореляційна функція записується у такому вигляді:

$$R(\tau) = \frac{1}{2T} \int_{-T}^T [H(t) - M(H)][H(t + \tau) - M(H)] dt, \quad (2)$$

де $2T$ – інтервал спостереження під час руху трактора зі швидкістю \mathcal{G}_{mp} на відрізок довжиною l ;

$H(t)$ – випадкова величина; $M(H)$ – математичне очікування; τ – різниця моментів часу спостереження ординати випадкової функції; $t = l/\mathcal{G}_{mp}$ – поточне значення часу.

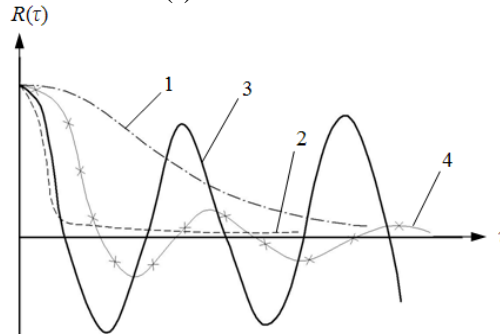
Аналіз рівняння (2) показує, що при нульовому зміщенні ($\tau = 0$) і деякого кінцевого інтервалу



спостереження $2T$ значення кореляційної функції дорівнює дисперсії ординат нерівності, тобто $R(0) = D(H)$.

При $\tau > 0$, але при малому значенні ординат величини $H(t)$ та $H(t + \tau)$ мало відрізняються один від одного. Отже, вони взаємопов'язані: якщо величина $H(t)$ набула якогось значення, то величина $H(t + \tau)$ з більшою ймовірністю набуде значення, близьке до нього. При $\tau = 0$ цей взаємозв'язок найбільш вірогідний. При збільшенні зміщення τ залежність між ординатами $H(t)$ і $H(t + \tau)$ має послабитись і, отже, значення кореляційної функції має зменшитися. Тому, завжди виконується нерівність $R(0) \geq R(\tau)$.

Кореляційна функція, яку виражено кривою 1 (рис. 1), характеризує випадкову функцію без гармонійних складових, оскільки значення $R(\tau)$ безперервно зменшується із збільшенням значень τ та відсутності періодичних коливань чи значень $R(\tau)$.



**Рис. 1. Залежність кореляційних функцій випадкового мікропрофілю дороги:
1, 2 – криві кореляційної функції без гармонійних складових; 3, 4 – криві кореляційної функції з гармонійними складовими**

Крива 2 також не має гармонійних складових, але ступінь випадковості процесу тут істотно вищий, оскільки значення $R(\tau)$ стрімко зменшуються зі збільшенням значень τ . Криві 3 і 4 характеризують процес, в якому присутні гармонічні складові. При цьому крива 3 описує процес з малою випадковістю та високою періодичністю, тобто процес близький до звичайного гармонійного процесу, а крива 4 – процес з випадковими та періодичними складовими.

Не зважаючи на велику універсальність і спільність кореляційних функцій як характеристик випадкових процесів, у практичних дослідженнях широко застосовують спектральні характеристики, зокрема спектральну щільність.

Зворотна залежність кореляційної функції описується рівняннями:

$$S(\omega) = 2 \int_0^{\infty} R(\tau) \cos \omega \tau d\tau; \quad R(\tau) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} S(\omega) \cos \omega \tau d\omega, \quad (3)$$

де перше рівняння характеризує залежність спектральної щільності $S(\omega)$ від поточної частоти процесу, а друге описує залежність поточних коливань від спектральної щільності. При $\tau = 0$ маємо

$$R(0) = D = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} S(\omega) d\omega.$$

Якщо графіки кореляційної функції, аналогічні тим, що наведені на рис. 2, то можна підібрати аналітичний вираз цієї функції:

$$R(\tau) = R(0) (A_1 e^{-\alpha_1 \tau} \cos \beta_1 \tau + A_2 e^{-\alpha_2 \tau}), \quad (4)$$

де $R(0)$ – дисперсія висоти, яка дорівнює квадрату середньої квадратичної висоти; $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, A_1, A_2$ – невизначені коефіцієнти, при цьому $A_1 + A_2 = 1$.

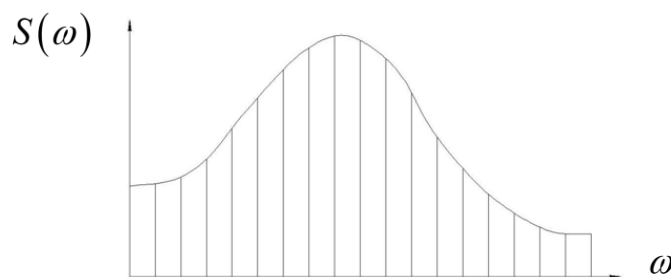


Рис. 2. Графік спектральної щільності випадкового мікропрофілю дороги



Для визначення коефіцієнтів можна використовувати один із методів теорії апроксимації графічних залежностей, наприклад метод найменших квадратів.

Для функції, яку задано рівнянням (4) можна знайти спектральну щільність, яка матиме наступний вигляд:

$$S(\omega) = 2R(0) \left[A_1 \frac{\alpha_1 (\omega^2 + \alpha_1^2 + \beta_1^2)}{\omega^4 - 2(\beta_1^2 - \alpha_1^2)\omega^2 + (\alpha_1^2 + \beta_1^2)^2} + A_2 \frac{\alpha_2}{\omega^2 - \alpha_2^2} \right]. \quad (5)$$

Встановлено залежність спектральної щільності поверхні дороги від швидкості руху, причому $S(\omega, \mathcal{G}_2) = (\mathcal{G}_1 / \mathcal{G}_2) S(\omega_{прив}, \mathcal{G}_1)$, де \mathcal{G}_1 і \mathcal{G}_2 – швидкість руху; $\omega_{прив}$ – приведена частота. Характер спектральної щільності не залежить від швидкості руху, а її значення і приведена частота $\omega_{прив}$ із зміною швидкості змінюються у разі залежно від відношення $\mathcal{G}_1 / \mathcal{G}_2$.

У рівняннях (4) та (5) коефіцієнти α та β , які визначають кореляційну функцію та спектральну щільність, залежать від швидкості руху, а величини A_1 , A_2 та $R(0)$, навпаки, не залежать від швидкості. Якщо $\alpha(\mathcal{G})$ і $\beta(\mathcal{G})$ значення α і β при швидкості \mathcal{G} , то $\alpha(\mathcal{G}_2) = (\mathcal{G}_2 / \mathcal{G}_1) \alpha(\mathcal{G}_1)$, а $\beta(\mathcal{G}_2) = (\mathcal{G}_2 / \mathcal{G}_1) \beta(\mathcal{G}_1)$.

Отже, достатньо мати спектральну щільність для однієї швидкості руху, щоб визначити її значення для будь-якої іншої. У технічній літературі значення коефіцієнтів α та β наводяться для швидкості $\mathcal{G} = 1$ м/с. Для будь-яких інших значень швидкостей їх визначають за формулами $\alpha(\mathcal{G}) = \mathcal{G}\alpha$; $\beta(\mathcal{G}) = \mathcal{G}\beta$.

Для розрахунку спектральної щільності середнього статистичного фону припустимо, що для кожного з n типових сільськогосподарських фонів відомі такі величини: γ_n – відносний час роботи; \mathcal{G}_n – середнє значення швидкості руху; S_n – спектральна щільність.

Тоді середню швидкість під час роботи на середньому статистичному фоні можна обчислити за формулою $\mathcal{G} = \sum_1^n \gamma_n \mathcal{G}_n$. Якщо виходити з енергетичного принципу складання коливань, то середнє статистичне прискорення під час роботи на кількох сільськогосподарських фонах становить

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = \sqrt{\sum_1^n \left(\frac{d^2 z_n}{dt^2} \right)^2} \gamma_n, \quad (6)$$

де $\frac{d^2 z_n}{dt^2}$ – середнє квадратичне прискорення, яке відповідає n -му фону.

Середнє квадратичне прискорення дорівнює інтегралу від похідної спектральної щільності фону помноженому на квадрат модуля передавальної функції прискорень, тобто

$$\frac{d^2 z_n}{dt^2} = \int S_n(\omega) \left| W_{\frac{d^2 z}{dt^2}}(i\omega) \right|^2 d\omega. \quad (7)$$

Щоб рівність (6) виконувалася для будь-яких частот, необхідно, щоб $S(\omega) = \sum_1^n \gamma_n S_n(\omega)$.

Отже, для отримання спектральної щільності середнього статистичного фону необхідно скласти спектральні щільності кожного фону, попередньо помножені на відносний час роботи.

На стійкість руху трактора побічний вплив надають коливання керованих коліс, що призводить до коливань керованого мосту завдяки наявності додаткового ступеня свободи (поворот навколо шворня) порівняно з некерованими. Крім того, керовані колеса пов'язані між собою рульовою трапецією, яка має демпфування завдяки зазорам [9].

Внаслідок того, що керований міст є коливальною динамічною системою, при впливі на нього періодичних або випадкових збурень виникають коливання мас його елементів. Амплітуда коливань залежить від амплітуди збурення, власних коливань та характеру згасання коливань у системі. Найбільша інтенсивність коливань має місце тоді, коли частота збурення близька до частоти своїх коливань, тобто виникає явище резонансу.

Дисбаланс колеса, що обертається, призводить до появи відцентрової сили, яку можна розкласти на дві складові. Перша з них спрямована вздовж горизонтальної осі, розташованої в площині обертання колеса, і вона намагається повернути колесо щодо осі шворня, а друга – вертикальна складова намагається нахилити його в поперечно-вертикальній площині. В обох випадках виникають гіроскопічні моменти, що протидіють поворотам колеса. У процесі кочення колеса значення та



напрямок складових відцентрової сили змінюються, тому колесо здійснює складні рухи у просторі. При коливаннях коліс навколо шворнів може виявитися, що сили від неврівноважених мас діятимуть в одній площині з керованим мостом, але спрямовані у протилежні сторони. Тоді виникають коливання мосту разом із колесами у вертикальній площині та коливання коліс навколо шворнів.

Коливання коліс може відбуватися також унаслідок того, що радіальна (нормальна) жорсткість шин по колу виявляється неоднаковою. При коченні такої шини колесо починає коливатися у вертикальній площині. Подібні коливання, що здійснюються внаслідок зміни параметрів колівальної системи (у даному випадку радіальної жорсткості шини), називають параметричними. Однак амплітуди параметричних коливань коліс невеликі, враховуючи наявність внутрішнього тертя та відносно невеликої зміни жорсткості шини.

У деяких випадках можуть виникнути колівальні процеси в системі керового управління, яка обладнана гідравлічним підсилювачем керма. При цьому змінні зусилля передаються на керовані колеса, які збуджують їх коливання. Зазначені причини можуть призводити до кутових переміщень коліс, які при хаотичному характері називають виляннями, а при закономірному – коливаннями. При коливаннях коліс виникають додаткові сили, які можуть передаватися на раму і викликати її коливання.

Однак ці коливання рами здійснюються з малими амплітудами і практично не позначаються на характеристиках руху трактора. Якщо при коливаннях коліс виникає їх прослизання по опорній поверхні, тоді може змінюватися напрямок руху трактора, тобто погіршується стійкість руху та керованість трактора.

Для побудови моделі, що характеризує стійкість руху керованого мосту колісного трактора для формалізації об'єкта дослідження, приймаємо припущення, що керований міст трактора є складною динамічною системою у вигляді динамічної маси, яка пов'язана пружними елементами: шинами, ресорами, тягами керма (рис. 3).

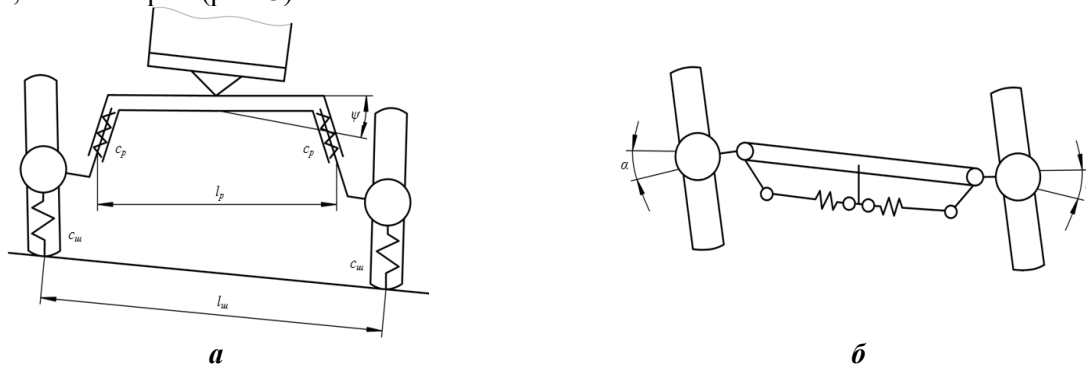


Рис. 3. Розрахункова схема визначення коливань керованого моста колісного трактора:
а – вигляд спереду; б – вигляд зверху

Під час руху трактора можливі наступні переміщення мас керованого мосту: вертикальне – у вертикально-поперечній площині; кутове переміщення балки керованого мосту у вертикально-поперечній площині; кутове переміщення коліс щодо шворня у горизонтальній площині. Найбільший вплив на керованість та стійкість трактора здійснюють кутові коливання балки моста з колесами по координаті ψ і кутові коливання коліс по координаті α .

Однією з характеристик динамічних систем є частоти власних коливань. Частота власних кутових коливань ν_ψ керованого мосту трактора у вертикально-поперечній площині [9, 10]:

$$\nu_\psi = \sqrt{c_\psi / J_\psi} = \sqrt{c_\psi / \int r_o^2 dm_c}, \quad (8)$$

де ν_ψ – частота власних коливань, Гц; c_ψ – коефіцієнт кутової жорсткості, кг · м²/с²; J_ψ – момент інерції моста відносно осі коливання, кг · м²; r_o – відстань до осі повороту моста, м; m_c – маса системи, кг.

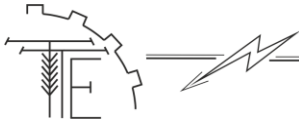
Коефіцієнт кутової жорсткості C_ψ підвіски коліс у вертикально-поперечній площині згідно [9] буде:

$$c_\psi = \frac{1}{2} \cdot (c_p \cdot l_p^2 + c_u \cdot l_u^2), \quad (9)$$

де c_p, c_u – відповідно, коефіцієнти жорсткості пружини та шини, Н/м; l_p, l_u – відповідно, ресорна база та колія мосту, м.

Для визначення коефіцієнта жорсткості шини c_u використовуємо формулу, запропоновану [10, 11]:

$$c_u = \frac{dP}{dz_{омн}} = \frac{P}{f_u} \left(2 - C \frac{P}{f_u P_u} \right), \quad (10)$$



де z_{om} – переміщення колеса щодо рами трактора, м; P – навантаження на шину, Н; f_u – зминання шини, м; C – коефіцієнт жорсткості, м^{-1} ; p_u – тиск повітря в шині, який залежить від розмірів шини, Па.

При цьому коефіцієнт жорсткості C визначається за формулою [7, 8]:

$$C = (0,32 \dots 0,45) \frac{1}{\sqrt{R_{ку} D_u}}, \quad (11)$$

де $R_{ку}$ – радіус кривизни протектора шини, м; D_u – діаметр протектора шини, м.

Тоді згідно (8)-(11) частота власних кутових коливань керованого мосту трактора у вертикально-поперечній площині визначається залежністю:

$$\omega_\psi = \sqrt{\frac{c_p \cdot l_p^2 + c_u \cdot l_u^2}{2 \cdot \int r_o^2 dm_c}}. \quad (12)$$

Отже, при зниженні жорсткості ресор та шин, а також збільшенні моменту інерції керованого мосту частота його власних коливань у вертикально-поперечній площині зменшується. Частота власних коливань коліс щодо осей шворнів (вильяння) може бути знайдена за виразом (8).

Автоколивання керованих коліс викликають значні динамічні навантаження на деталі рульового управління, інтенсивне зношування шин і призводять до втрати трактором керованості та стійкості руху. Однією з основних причин виникнення автоколивань керованих коліс є наявність гіроскопічного зв'язку між кутовими коливаннями балки керованого моста у поперечній площині та поворотом коліс цього моста щодо шворнів.

Розглянемо фізичну сутність процесів, що відбуваються під час автоколивання керованих коліс. При русі трактора його колеса можна розглядати як гіроскопи, що обертаються. При випадковому повороті коліс навколо шворнів на кут α (рис. 3) виникає гіроскопічний момент $M_{Г1}$ [9]:

$$M_{Г1} = \int r_o^2 dm_k \frac{d\varphi_k}{dt} \alpha, \quad (13)$$

де $\int r_o^2 dm_k = J_k$ – момент інерції колеса $\text{кг} \cdot \text{м}^2$; m_k – маса колеса, кг ; $d\varphi_k / dt = \omega_k$ – кутова швидкість колеса, рад/с ; φ_k – кут повороту колеса, град .

Під дією цього моменту керований міст повернеться у вертикальній площині на кут ψ , а в горизонтальній площині виникає гіроскопічний момент $M_{Г2}$, який згідно з [9] визначається за формулою:

$$M_{Г2} = \int r_o^2 dm_k \frac{d\varphi_k}{dt} \psi. \quad (14)$$

При цьому гіроскопічний момент збільшує кут повороту керованих коліс. Таким чином, невимушений поворот керованих коліс викликає перекося балки керованого моста, які, у свою чергу, збільшують поворот керованих коліс [12].

Внаслідок повороту моста у вертикальній площині динамічний радіус одного з коліс зменшиться, а інший збільшиться. У першому випадку поздовжня реакція опорної поверхні збільшується, оскільки зростає сила опору коченню та зменшується радіус кочення колеса. Збільшення поздовжньої реакції при зменшенні радіусу кочення колеса пояснюється тим, що при постійній швидкості руху трактора зі зменшенням радіусу кочення колеса має збільшитись його кутова швидкість, тобто воно має отримати кутове прискорення. Зміна дотичних реакцій опорної поверхні призводить до появи додаткового моменту, який повертає керовані колеса в горизонтальній площині, а в результаті гіроскопічного зв'язку – і у вертикальній площині на деякий кут. При цьому відбувається додаткова деформація приводу керування, підвіски та шин. Коли момент повороту стає рівним моменту опору, кутова швидкість повороту моста у вертикальній площині дорівнює нулю і колеса починають рух у бік положення рівноваги. Оскільки в пружних елементах підвіски та рульовому приводі відбулося накопичення потенційної енергії, міст проходить положення рівноваги та відбувається поворот колеса у протилежний бік при одночасному зменшенні його радіусу. Це у свою чергу призводить до появи моменту опору, який повертає у той самий бік керований міст. Після того, як момент опору стає рівним моменту пружних сил у підвісці, шинах та рульовому приводі, процес повторюється.

5. Висновок

Таким чином, конструктивні особливості керованого мосту універсально-просапних тракторів та умови експлуатації можуть викликати коливання керованих коліс, які підтримуються завдяки енергії тракторного двигуна, погіршуючи керованість та стійкість руху трактора.

При автоколиваннях керованих коліс виникає змінний за значенням та напрямком опір, який підтримує коливання коліс на певному рівні.

**Список використаних джерел**

1. Шупляков В. С. Колебания и нагруженность трансмиссии автомобиля. Москва, 1974. 328 с.
2. Гунько І. В., Бурлака С. А. Математичне моделювання роботи системи живлення дизельного двигуна працюючого на біопаливі з дросельним регулювання складу паливної суміші. *The scientific heritage*. 2020. №50. С. 34–39.
3. Попов В. Б. Математическое моделирование мобильного сельскохозяйственного агрегата в режиме транспортного переезда. *Вестник Гомельского государственного технического университета им. П.А. Сухого*. 2005. № 3 (22). С. 13–18.
4. Scarlett A. J., Price J. S., Stayner R. M. Whole-body vibration: Evaluation of emission and exposure levels arising from agricultural tractors. *Journal of Terramechanics*. 2007. Vol. 44, Issue 1. Pp. 65–73.
5. Patil M. K., Palanichamy M. S. A mathematical model of tractor-occupant system with a new seat suspension for minimization of vibration response. *Applied Mathematical Modelling*. 1988. Vol. 12, Issue 1. Pp. 63–71.
6. Servadio P., Marsili A., Belfiore N.P. Analysis of driving seat vibrations in high forward speed tractors. *Biosystems Engineering*. 2007. Vol. 97, Issue 2. Pp. 171–180.
7. Умняшкин В. А., Филькин Н. М., Музафаров Р. С. Теория автомобиля. Ижевск, 2006. 272 с.
8. Бурлака С. А., Кравець С. М. Diagnosis of fuel equipment of diesel engine by removing vybro indicators of fuel supply. *Техніка, енергетика, транспорт АПК*. 2021, №3(114). С. 114–123.
9. Муzychuk В. І., Анісімов В. Ф. Організація робіт підприємств технічного обслуговування: навчальний посібник. Вінниця: ФОП Рогальська І.О., 2012. 240 с.
10. Мирошниченко А. Н. Основы теории автомобиля и трактора. Томск, 2014. 490 с.
11. Bulgakov V., Olt J., Kuvachov V. et al. A theoretical and experimental study of the traction properties of agricultural gantry systems. *Agraarteadus: Journal of Agricultural Science*. 2020. No XXXI (1). P. 10–16.
12. Борисюк Д. В., Яцковський В. І. Стійкість руху керованих коліс тракторів. *Вібрації в техніці та технологіях*. 2016. Вип. 1 (81). С. 19–22.

References

- [1] Shuplyakov, V.S. (1974). *Kolebaniya i nagruzhenost transmissii avtomobilya*. Moskva. [in Russian].
- [2] Hun'ko, I.V., Burlaka, S.A. (2020). Matematychnye modelyuvannya roboty systemy zhyvlennya dyzel'noho dyvuhuna pratsyuyuchoho na biopalyvi z drosel'nym rehulyuvannya skladu palyvnoyi sumishi. *The scientific heritage*. 50. 34–39 [in Ukrainian].
- [3] Popov, V.B. (2005). Matematicheskoe modelirovanie mobilnogo selskohozyaystvennogo agregata v rezhime transportnogo pereezda. *Vestnik Gomelskogo gosudarstvennogo tehnikeskogo universiteta im. P.A. Suhogo*. 3 (22). 13–18. [in Russian].
- [4] Scarlett, A.J., Price, J.S., Stayner, R.M. (2007). Whole-body vibration: Evaluation of emission and exposure levels arising from agricultural tractors. *Journal of Terramechanics*. 44(1). 65–73. [in English].
- [5] Patil, M.K., Palanichamy, M.S. (1988). A mathematical model of tractor-occupant system with a new seat suspension for minimization of vibration response. *Applied Mathematical Modelling*. 12(1). 63–71. [in English].
- [6] Servadio, P., Marsili, A., Belfiore, N.P. (2007). Analysis of driving seat vibrations in high forward speed tractors. *Biosystems Engineering*. 97(2). 171–180. [in English].
- [7] Umnyashkin, V.A., Filkin, N.M., Muzafarov, R.S. (2006). *Teoriya avtomobilya*. Izhevsk. [in Russian].
- [8] Burlaka, S.A., Kravets, S.M. (2021). Diagnosis of fuel equipment of diesel engine by removing vybro indicators of fuel supply. *Tekhnika, enerhetyka, transport APK*. 3(114). 114–123 [in Ukrainian].
- [9] Muzychuk, V.I., Anisimov, V.F. (2012) *Orhanizatsiya robit pidpryemstv tekhnichnoho obsluhovuvannya: navchal'nyy posibnyk*. Vinnytsya: FOP Rohal's'ka I.O. [In Ukrainian].
- [10] Miroshnichenko, A.N. (2014). *Osnovy teorii avtomobilya i traktora*. Tomsk. [in Russian].
- [11] Bulgakov, V., Olt, J., Kuvachov, V. (2020) A theoretical and experimental study of the traction properties of agricultural gantry systems. *Agraarteadus: Journal of Agricultural Science*. XXXI(1). 10–16 [in English].
- [12] Borysiuk, D.V., Yatskovskiy, V.I. (2016). Stiikest rukhu kerovanykh kolis traktoriv. *Vibratsii v tekhnitsi ta tekhnolohiiakh*. 1(81). 19–22. [in Ukrainian].

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ДВИЖЕНИЯ УПРАВЛЯЕМОГО
МОСТА КОЛЕСНОГО ТРАКТОРА**

В статье рассмотрено влияние колебания колес и микропрофиля дорожного покрытия на устойчивость движения моста колесного трактора. Представлены причины, вызывающие колебания управляемых колес, расчетная схема управляемого моста трактора и последовательность определения частоты колебаний моста трактора. Причинами, вызывающими колебания управляемых колес, являются наезды на неровности, дисбаланс колес и двойная связь с рамой трактора через систему рулевого управления и крепление балки управляемого моста.

Наиболее распространенными функциями для описания неровностей дороги, влияющих на движение трактора являются математическое ожидание и среднее значение ординат микропрофиля, дисперсия или



среднее квадратическое отклонение ординат, корреляционная функция, характеризующая взаимосвязь различных реализаций функций микропрофиля по длине дорожного участка и спектральная плотность.

На устойчивость движения трактора побочное воздействие оказывают колебания управляемых колес, что приводит к колебаниям управляемого моста благодаря наличию дополнительной степени свободы (поворот вокруг шворня) по сравнению с неуправляемыми. Кроме того, управляемые колеса связаны между собой рулевой трапецией, имеющей демпфирование благодаря зазорам.

Колебания колес могут происходить также вследствие того, что радиальная (нормальная) жесткость шин по окружности оказывается неодинаковой. При качении такой шины колесо начинает колебаться в вертикальной плоскости. Подобные колебания, совершаемые вследствие изменения параметров колебательной системы, называют параметрическими. Автоколебания управляемых колес вызывают значительные динамические нагрузки на детали рулевого управления, интенсивный износ шин и приводят к потере трактором управляемости и устойчивости движения. Одной из основных причин возникновения колебаний управляемых колес является наличие гироскопической связи между угловыми колебаниями балки управляемого моста в поперечной плоскости и поворотом колес этого моста относительно шворнов.

В статье также рассмотрена физическая сущность процессов, происходящих при автоколебаниях управляемых колес трактора.

Ключевые слова: стойкость движения, управляемый мост, колесный трактор, дорожное покрытие, колебания, гироскопический момент, скорость движения.

Ф. 14. Рис. 3. Лит. 13.

MATHEMATICAL JUSTIFICATION OF STABILITY OF STEERING BRIDGE OF WHEELED TRACTOR

The article deals with the influence of wheel oscillation and the micro-profile of the road surface on the stability of the wheel tractor axle movement. The reasons for the oscillations of the steered wheels, the design diagram of the controlled axle of the tractor and the sequence for determining the oscillation frequency of the axle of the tractor are presented. The reasons for the oscillation of the steered wheels are collisions with bumps, imbalance of the wheels and a double connection with the tractor frame through the steering system and the fastening of the steering axle beam.

The most common functions for describing road irregularities that affect the movement of a tractor are the mathematical expectation and the average value of the ordinates of the micro-profile, the variance or standard deviation of the ordinates, the correlation function characterizing the relationship of various implementations of the micro-profile functions along the length of the road section and spectral density.

Oscillations of the steered wheels have a side effect on the stability of the tractor, which leads to oscillations of the steered axle due to the presence of an additional degree of freedom (turning around the pivot) in comparison with uncontrolled ones. In addition, the steered wheels are interconnected by a steering linkage, which is damped due to clearances.

Oscillations of the wheels can also occur due to the fact that the radial (normal) stiffness of the tires around the circumference is not the same. When such a tire rolls, the wheel begins to oscillate in a vertical plane. Such oscillations, performed due to changes in the parameters of the oscillatory system, are called parametric. Self-oscillations of the steered wheels cause significant dynamic loads on the steering parts, intense tire wear and lead to a loss of tractor controllability and driving stability. One of the main reasons for the occurrence of oscillations of the steered wheels is the presence of a gyroscopic relationship between the angular oscillations of the beam of the steered bridge in the transverse plane and the rotation of the wheels of this bridge relative to the pins.

The article also discusses the physical essence of the processes occurring during self-oscillations of the tractor's controlled wheels.

Key words: driving stability, steering axle, wheeled tractor, road surface, vibrations, gyroscopic moment, travel speed.

F. 14. Fig. 3. Ref. 13.

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРА

Гуньо Ірина Василівна – кандидат технічних наук, доцент кафедри агроінженерії та технічного сервісу Вінницького національного аграрного університету (вул. Сонячна, 3, м. Вінниця, 21008, Україна, e-mail: maniy@vsau.vin.ua, <https://orcid.org/0000-0001-5470-7413>).

Гуньо Ірина Васильевна – кандидат технических наук, доцент кафедры агроинженерии и технического сервиса Винницкого национального аграрного университета (ул. Солнечная, 3, м. Винница, 21008, Украина, e-mail: maniy@vsau.vin.ua, <https://orcid.org/0000-0001-5470-7413>).

Irina Gunko – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Agricultural Engineering and Technical Service, Vinnytsia National Agrarian University (Solnechnaya St., 3, Vinnytsia, 21008, Ukraine, e-mail: maniy@ukr.net, <https://orcid.org/0000-0001-5470-7413>).