



## V. АВТОМАТИЗАЦІЯ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ

УДК 004.942

### МЕТОДИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ПРИ ВИРОЩУВАННІ ЦУКРОВИХ БУРЯКІВ

**Мазур Віктор Анатолійович**, к.с.-г.н., доцент,

віце-президент ННВК «Всеукраїнський науково-навчальний консорціум»

**Гунько Ірина Василівна**, к.т.н., доцент,

віце-президент ННВК «Всеукраїнський науково-навчальний консорціум»

**Яцковська Римма Олександровна**, асистент

Вінницький національний аграрний університет

**V. Mazur**, PhD, Associate Professor

Vice President of All-Ukrainian scientific-educational Consortium

**I. Gunko**, PhD, Associate Professor

Vice President of All-Ukrainian scientific-educational Consortium

**R. Yatskovska**, Assistant

Vinnitsa National Agrarian University

*Розглядаються методи створення математичних моделей при вирощуванні цукрових буряків. Дослідження параметрів технологічних процесів виробництва цукрових буряків пропонується проводити за допомогою моделювання технологічних процесів із визначенням впливу різних факторів на цей процес. Метод малих відхилень дає можливість при створенні математичної моделі вибрати фактори, які мають найбільший вплив з ігноруванням другорядних, а також дозволяє провести аналіз зв'язків між параметрами, що значно спрощує математичну модель.*

*Результатами моделювання використовуються для прийняття оптимального варіанта з множини допустимих з урахуванням критерію, який виражає ефективність технологічного процесу. Моделювання та визначення параметрів технологічних процесів виробництва цукрових буряків виконувались у лабораторії математичного моделювання та інформаційних технологій інституту біоенергетичних культур і цукрових буряків Національної академії аграрних наук України.*

**Ключові слова:** математичне моделювання, цукрові буряки, автономні та інтегровані моделі, метод малих відхилень, методи оптимізації, технологічний процес.

Ф. 7. Рис. 1. Літ. 6

#### 1. Вступ

Технологія вирощування цукрових буряків, як і інших сільськогосподарських культур, спрямована на отримання якісної продукції і характеризується складними функціональними взаємозв'язками.

Отже, для проведення теоретичного моделювання процесів вирощування цукрових буряків та збирання коренеплодів необхідно на достатньому рівні визначити агрофізичні властивості посівів та вивчити загальні підходи управління складними системами.

#### 2. Аналіз публікацій та постановка завдань

Дослідженю питань розвитку та ефективного використання технологій вирощування цукрових буряків присвячені праці значної кількості вчених. Такі автори як А.О. Василенко, Л.В. Погорілій, М.М. Зуєв, П.Ф. Вовк та інші розглядають у своїх працях різні питання від агрохімічних властивостей посівів до механіко-технологічних властивостей коренеплодів [1-4]. Роботи [2, 3] присвячено питанням відокремлення гички. Особливу увагу цій проблемі у своїй роботі [1], що описує розробку нових високоефективних робочих органів для відділення гички для зниження витрат цукроносної маси та підвищення робочої швидкості машин приділили вчені Г.М. Калетнік та В.М. Булгаков [1]. Відомі деякі роботи [5, 6], в яких розглядалися питання розробки та створення засобів механізації процесу збирання цукрових буряків, удосконалення робочих органів для їх викорування. Це такі вчені як П.М. Василенко, Р.Б. Гевко, І.В. Головач та інші. Але аналіз літературних джерел показує, що незважаючи на певні досягнення при розробці робочих органів та визначення їх оптимальних конструктивних, динамічних та інших параметрів, в деяких випадках ці



робочі органи та пристрої не забезпечують високої технологічної надійності, універсальності та інтенсифікації процесів збирання буряків.

Але для того, щоб покращити технології вирощування та збирання цукрових буряків, необхідно шукати комплексний підхід до технологічних процесів підготовки ґрунту, сівби, збирання коренеплодів. Особливості технологічних процесів виробництва цукрових буряків, їх складна природа дозволяє застосовувати методи статистичних випробувань в якості одного з основних методів дослідження. При цьому можуть враховуватися як випадкові, так і невипадкові фактори, які іноді неможливо або дуже складно досліджувати іншими методами.

### 3. Мета дослідження

Визначення можливостей та принципів побудови моделей технологічного процесу виробництва цукрових буряків шляхом об'єднання різних процедур побудови таких моделей та їх вдосконалення, що дозволить покращити базові моделі при вирощуванні цукрових буряків, які використовуються у лабораторії математичного моделювання та інформаційних технологій інституту біоенергетичних культур і цукрових буряків НААНУ.

### 4. Виклад основного матеріалу

Побудова моделі є інтерактивним процесом, який передбачає виконання коригування образів і уявлень, тобто модель є аналогом системи, яку ми досліджуємо, або процесу чи явища, і яка створюється для визначення властивостей цієї системи та прогнозування їх поведінки. Під моделлю розуміють такий матеріальний або створений за допомогою формул об'єкт, який в процесі пізнання заміщає об'єкт оригінал, зберігаючи його типові риси. Таким чином, можна зробити висновок, що модель – це об'єкт будь якої природи, який при дослідженні здатний заміщати реально існуючий об'єкт з метою отримання нової інформації про останній.

Існує два типи імітаційного моделювання – автономні та інтегровані моделі. Автономний процес – це процес, в якому моделююча програма працює незалежно від досліджуваної системи. Інтегрований процес моделювання припускає, що програма моделювання працює спільно з досліджуваною системою. Для побудови математичної моделі використовуються неформальні та формальні методи [2]. Неформальні методи використовуються для отримання математичних моделей елементів системи, які розміщені на різних ієрархічних рівнях. Реалізація цих методів включає вивчення закономірності протікання процесів та явищ у системі, яка моделюється. Формальні методи використовуються головним чином для створення математичних моделей на основі наявних моделей елементів системи та зв'язків між елементами.

В загальному вигляді математична постановка задачі координації складного технологічного процесу формулюється наступним чином. Для кожної  $g$ -ої підсистеми складного технологічного процесу треба знайти такі значення вектору параметрів технологічного процесу  $x_g = \{x_{gh}\}$  та вектору управлюючих впливів  $u_g = \{u_{gh}\}$ , які забезпечать максимальне значення критерію ефективності цієї системи [3].

Тобто, задача координації формалізується наступним чином: знайти такі значення параметрів та управлюючих впливів для кожної системи, які забезпечать максимальну ефективність технологічного процесу.

Сутність методу статистичного моделювання, який ще називають методом Монте–Карло, полягає у розробці імітаційної моделі процесу функціонування об'єкту, який досліджується, при випадкових входних впливах, та випадкових змінах внутрішніх параметрів. Використання цього методу демонструється наступним прикладом [4].

Нехай деяка система  $S$ , на вхід якої подаються випадкові вхідні дії  $x_1$  та  $x_2$ , як це показано на рис. 1.



Рис. 1. Система з випадковими вхідними впливами



Відомо, що  $x_1 = 1 - e^{-\lambda}$ ,  $x_2 = 1 - e^{-\mu}$ , де  $\lambda, \mu$  – випадкові величини, для яких відомий інтегральний закон розподілу. Відомо також, що  $y = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$  є також випадковою величиною. Необхідно дати оцінку математичному очікуванню випадкової величини  $y$ , тобто  $M[y]$ . Реалізація методу статистичного моделювання для оцінки значення  $M[y]$  зводиться до імітаційної моделі у вигляді наступного алгоритму.

На основі заданих законів розподілу випадкових величин  $\lambda$  та  $\mu$  генеруються значення цих випадкових величин  $\lambda_i, \mu_i$  ( $i \in \overline{1, N}$ ), де  $N$  – обсяг вибірки.

Для кожного набору значень  $\lambda_i$  та  $\mu_i$  обчислюємо значення вихідної величини  $y$ :

$$\forall i \in \overline{1, N} \quad y_i = \sqrt{(1 - e^{-\lambda_i})^2 + (1 - e^{-\mu_i})^2}.$$

На основі множини значень  $\left\{y_i \mid i \in \overline{1, N}\right\}$  визначається середнє значення випадкових величин  $\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{i \in \overline{1, N}} y_i$ .

При  $N \rightarrow \infty$  отримане значення  $\bar{y}$  прагне до оцінки математичного очікування, що є  $\lim_{N \rightarrow \infty} \bar{y} = M[y]$ .

Іншим напрямком використання методу є розв'язання детермінованих задач.

Статистичне моделювання широко використовується для вивчення стохастичних об'єктів. Факторний аналіз є одним з підрозділів багатовимірного статистичного аналізу. Основними задачами факторного аналізу є [6]:

- відбір факторів, що визначають досліджувані результативні показники;
- класифікація та систематизація факторів з метою визначення їх впливу на результати господарської діяльності;
- визначення форми залежності між факторами та результативним показником;
- моделювання взаємозв'язків між показниками;
- розрахунок впливу факторів та оцінка ролі кожного з них у зміні величини результативного показника.

Для визначення цієї задачі існує метод малих відхилень. В основі методу малих відхилень покладено наступні найпростіші математичні положення.

Нехай функціональна залежність:

$$y = f(x) \quad (1)$$

Дане рівняння пов'язує дві величини та два параметри, які характеризують деякий процес. Необхідно визначити, наскільки зміниться величина функції  $y$ , якщо аргумент  $x$  отримав невеликий приріст  $\Delta x$  від свого первинного значення.

З математики відомо, що зв'язок між безкінечно малими приростами аргументу та функції виражається співвідношенням:

$$dy = f'(a)dx, \quad (2)$$

де  $f'(a)$  – значення похідної функції  $y' = f'(x)$ , в точці  $x = a$ . Будемо вважати, що аналогічне співвідношення:

$$\Delta y = f'(a)\Delta x. \quad (3)$$

Справедливе і для малих кінцевих приrostів  $\Delta y$  та  $\Delta x$ .

Хай функція  $y$  залежить не від одного, а від кількох аргументів і вся модель описується рядом функціональних залежностей:



$$\begin{aligned}y &= f_1(x, t, r); \\z &= f_2(x, t, r, y).\end{aligned}\quad (4)$$

За аналогією з попереднім, розглядаючи невеликі зміни величин в порівнянні з їх значеннями на попередньому рівні, приймаємо, що приrostи функцій наближено рівняються їх диференціалам. Тобто, при зміні кількох змінних рахуємо приrost кожної з них рівним повному диференціалу:

$$\begin{aligned}\Delta y &\approx dy = C_1 \Delta x + C_2 \Delta t + C_3 \Delta r; \\ \Delta z &\approx dz = C_4 \Delta x + C_5 \Delta t + C_6 \Delta r + C_7 \Delta y.\end{aligned}\quad (5)$$

де  $C_1 = \frac{\partial f_1}{\partial x}$ ,  $C_2 = \frac{\partial f_1}{\partial t}$ ,  $C_3 = \frac{\partial f_1}{\partial r}$  і тому подібне – являють собою чисельні коефіцієнти, які дорівнюють значенням відповідних часткових похідних.

Питання оцінки достовірності та адекватності моделі виникає тоді, коли в моделі присутні елементи стохастичного моделювання, що призводить до розходження моделі з результатами експериментів. Рішення цього питання пов'язується з оцінками точності та достовірності при заданому числі експериментів.

Задача управління технологічним процесом вирощування цукрових буряків є багатокритеріальною внаслідок того, що окрім технологічні операції мають власні локальні критерії. Основними критеріями на етапі передпосівного обробітку ґрунту є створення сприятливих умов для забезпечення максимальної польової схожості насіння, а на етапі сівби – точність розміщення сходів за коефіцієнтом варіації [6]. Тому технологічні процеси попереднього обробітку ґрунту та сівби буряків необхідно моделювати на двох рівнях: 1) обчислити значення параметрів технологічного процесу, які залежать від великої кількості стохастичних факторів; 2) необхідно вирішити багатокритеріальну задачу оптимізації технологічного процесу. Остання задача вирішується аналітичними методами оптимізації.

Для прикладу розглянемо рівняння (37) з роботи [2]. За допомогою цього рівняння можливо визначити частоту змушених коливань посівного агрегату, яка, як відомо, дорівнює частоті збурювальної сили:

$$k_1 = \frac{2\pi \cdot V}{L}, \quad (6)$$

де  $V$  – стала швидкості поступального руху сошникового вузла, м/с;

$L$  – довжина нерівностей поверхні ґрунту, м.

Після диференціювання за частковими похідними  $V$  та  $L$  отримаємо:

$$\delta k_1 = K_1 \delta V - K_2 \delta L \quad (7)$$

Таким чином, при зміні на 1% швидкості поступального руху сошникового вузла, частота змушених коливань збільшиться на  $K_1$  відсотків, при збільшенні довжини нерівностей на 1 відсоток частота змушених коливань сошникового вузла зменшиться на  $K_2$  відсотків.

Лабораторія математичного моделювання та інформаційних технологій інституту біоенергетичних культур і цукрових буряків Національної академії аграрних наук України безпосередньо займається створенням математичних моделей при вирощуванні цукрових буряків. Створюються моделі експериментальних досліджень, перевіряється їх адекватність, проводиться статистична оцінка наукових даних, їх комплексна та неупереджена оцінка. Розглянуті у статті питання взаємозв'язку факторів та їх вплив на математичні моделі, дозволяють удосконалити базові моделі, що використовуються в даній лабораторії, показують переваги та перспективи їх застосування щодо моделювання технологічних процесів галузі виробництва цукрових буряків.

#### 4. Висновки

Таким чином, незалежно від виду, складності та кількості рівнянь, які описують математичну модель, або процес, який ми досліджуємо, ми отримуємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь, які пов'язують між собою невеликі зміни параметрів – малі відхилення з іншими показниками математичної моделі та показують вплив цих змін на інші показники.

Використовуючи дану теорію можливо на першому етапі створення математичної моделі визначити найбільш впливові, або значущі фактори і відсікти малозначимі. Таким чином, створення



математичної моделі спрощується, складний зв'язок між параметрами математичної моделі стає зрозумілим. Значущими параметрами рахуються ті, коефіцієнти впливу яких найбільші. Дані моделі знайшли використання при проектуванні нових зразків сільськогосподарської техніки.

Отже, метод малих відхилень дозволяє вдосконалити базові моделі при вирощуванні цукрових буряків, що використовуються в лабораторії математичного моделювання та інформаційних технологій інституту біоенергетичних культур і цукрових буряків НААНУ.

#### Список використаних джерел

1. Калетнік Г.М. Властивості гички цукрового буряка при її збиранні / Г.М. Калетнік, В.М. Булгаков, В.В. Адамчук, М.М. Борис, Є.І. Ігнатьєв // Техніка, енергетика, транспорт АПК. – 2016. – 3(95). – С. 13–20
2. Булгаков В.М. Математична модель коливань робочого елемента нового відокремлювача гички цукрових буряків [Електронний ресурс] / В.М. Булгаков, А.М. Борис. – Режим доступу: [http://archive.nbuvg.gov.ua/ejournals/nvtdau/2012\\_5/pdf12v2t5/12bvmsob.pdf](http://archive.nbuvg.gov.ua/ejournals/nvtdau/2012_5/pdf12v2t5/12bvmsob.pdf)
3. Булгаков В.М. Математичне моделювання роботи нового гичковідокремлювального робочого органу [Електронний ресурс] / В.М. Булгаков, А.М. Борис. – Режим доступу: [http://archive.nbuvg.gov.ua/portal/natural/Vkhdtusg/2012\\_128/42\\_08.pdf](http://archive.nbuvg.gov.ua/portal/natural/Vkhdtusg/2012_128/42_08.pdf)
4. Математичні методи ідентифікації динамічних систем: навчальний посібник / Б. І. Мокін, В. Б. Мокін, О. Б. Мокін. – Вінниця : ВНТУ. – 2010.– 260 с.
5. Власенко Л.О. Автоматизоване управління підсистемами технологічного комплексу цукрового заводу з використанням методів діагностики і прогнозування : автореф. дис. канд. техн. наук : 05.13.07 / НУХТ. – К., 2010. – 19 с.
6. Волоха М.П. Технологічний комплекс машин для виробництва буряків цукрових: ширина міжрядь. Теорія, моделювання, результати випробувань [монографія]/М.П. Волоха. – Київ: Центр учбової літератури, 2015.–220 с.

#### References

- [1] Kaletnik, H., Bulgakov, V., Adamchuk, V., Boris, A., Ignatiev, Y. (2016). *Vlastyvosti hychky tsukrovoho buriaka pry yii zbyranni* [Properties of the honeycomb sugar beet when it is harvested]. Tekhnika, enerhetyka, transport APK [in Ukrainian].
- [2] Bulhakov, V., Borys, A. *Matematichna model kolyvan robochoho elementa novoho vidokremliuvacha hychky tsukrovych buriakiv* [«Mathematical model of oscillation of the working element of a new separator of sugar beet hooks». – Rezhym dostupu: archive.nbuvg.gov.ua/ejournals/nvtdau/2012\_5/pdf12v2t5/12bvmsob.pdf [in Ukrainian].
- [3] Bulhakov, V.M., Borys, A.M. *Matematichne modeliuvannia roboty novoho hychko vidokremliuvalnoho robochoho orhanu* [«Mathematical modeling of the work of a new hidrokreditovogo working body»] – Rezhym dostupu: archive.nbuvg.gov.ua/portal/natural/Vkhdtusg/2012\_128/42\_08.pdf [in Ukrainian].
- [4] Mokin, B.I., Mokin, V.B., Mokin, O.B. (2010). *Matematichni metody identyfikatsii dynamichnykh system: navchalnyi posibnyk* [Mathematical methods for the identification of dynamic systems]. Vinnytsia: VNTU [in Ukrainian].
- [5] Vlasenko, L.O. (2010). *Avtomatyzovane upravlinnia pidsystemamy tekhnolohichnoho kompleksu tsukrovoho zavodu z vykorystanniam metodiv diahnostyky i prohnozuvannia* [Automated control of subsystems of the technological complex of a sugar plant using diagnostic and forecasting methods]. NUKhT. Kyiv [in Ukrainian].
- [6] Volokha, M.P. (2015). *Tekhnolohichnyi kompleks mashyn dla vyrobnystva buriakiv tsukrovych: shyryna mizhriad. Teoriia, modeliuvannia, rezultaty vyprobuvan* [Technological complex of machines for the production of beet sugar: the width of the row. Theory, modeling, test results]. Tsentr uchbovoi literatury. Kyiv [in Ukrainian].

#### МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРИ ВЫРАЩИВАНИИ САХАРНОЙ СВЕКЛЫ

*Рассматриваются методы создания математических моделей при выращивании сахарной свеклы. Исследование параметров технологических процессов производства сахарной свеклы предлагается проводить с помощью моделирования технологических процессов с определением влияния различных факторов на этот процесс. Метод малых отклонений дает возможность при создании математической модели выбрать факторы, которые оказывают наибольшее влияние с игнорированием второстепенных, а также позволяет провести анализ связей между параметрами, что значительно упрощает математическую модель.*



*Результаты моделирования используются для принятия оптимального варианта из множества допустимых с учетом критерия, который выражает эффективность технологического процесса. Моделирование и определение параметров технологических процессов производства сахарной свеклы выполнялись в лаборатории математического моделирования и информационных технологий института биоэнергетических культур и сахарной свеклы Национальной академии аграрных наук Украины.*

*Ключевые слова: математическое моделирование, сахарная свекла, автономные и интегрированные модели, метод малых отклонений, методы оптимизации, технологический процесс.*

**Ф. 7. Рис. 1. Лит. 6**

**METHODS OF MATHEMATICAL MODELING IN THE CULTIVATION OF SUGAR BEET**

*Methods of creating mathematical models for the cultivation of sugar beets. Research of parameters of technological processes of sugar beet production is proposed to be carried out with the help of modeling of technological processes with determination of the influence of various factors on this process. The method of small deviations makes it possible to select the factors that create the greatest influence with the ignoring of the minor ones in the creation of the mathematical model, and also allow analysis of the relationships between the parameters, which greatly simplifies the mathematical model.*

*The simulation results are used to adopt the optimal variant from the set of permissible ones taking into account the criterion that expresses the efficiency of the technological process. Simulation and determination of parameters of technological processes of sugar beet production was carried out at the Laboratory of Mathematical Modeling and Information Technologies at the Institute of Bioenergetic Cultures and Sugar Beet at the National Academy of Agrarian Sciences of Ukraine.*

*Keywords: mathematical modeling, sugar beet, autonomous and integrated models, method of small deviations, optimization methods, technological process.*

**F. 7. Fig. 1. Ref. 6.**

**ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ**

**Мазур Віктор Анатолійович** – кандидат сільськогосподарських наук, ректор Вінницького національного аграрного університету, доцент кафедри «Рослинництва, селекції та біоенергетичних культур» Вінницького національного аграрного університету (вул. Сонячна, 3, м. Вінниця, 21008, Україна, email: mazur@vsau.vin.ua).

**Гунько Ірина Василівна** – кандидат технічних наук, доцент кафедри «Двигунів внутрішнього згорання та альтернативних паливних ресурсів» Вінницького національного аграрного університету (вул. Сонячна, 3, м. Вінниця, 21008, Україна, email: irynagunko@vsau.vin.ua).

**Яцковська Римма Олександровна** – асистент кафедри «Економічної кібернетики» Вінницького національного аграрного університету (вул. Сонячна, 3, м. Вінниця, 21008, Україна, e-mail: rimma@vsau.vin.ua)

**Мазур Виктор Анатольевич** – кандидат сельскохозяйственных наук, ректор Винницкого национального аграрного университета, доцент кафедры «Растениеводства, селекции и биоэнергетических культур» Винницкого национального аграрного университета (ул. Солнечная, 3, г. Винница, 21008, Украина, email: mazur@vsau.vin.ua).

**Гунько Ирина Васильевна** – кандидат технических наук, доцент кафедры «Двигателей внутреннего сгорания и альтернативных топливных ресурсов» Винницкого национального аграрного университета (ул. Солнечная, 3, г. Винница, 21008, Украина, email: irynagunko@vsau.vin.ua).

**Яцковская Римма Александровна** – ассистент кафедры «Экономической кибернетики» Винницкого национального аграрного университета (ул. Солнечная, 3, г. Винница, 21008, Украина, email: rimma@vsau.vin.ua)

**Mazur Viktor** – PhD, Associate Professor, Rector of Vinnytsia National Agrarian University, Associate Professor of the Department of Plant Growing, Breeding and Bioenergetic Cultures of Vinnitsa National Agrarian University (3, Solnechnaya St., Vinnitsa, 21008, Ukraine, email: mazur@vsau.vin.ua).

**Gunko Iryna** – PhD, Associate Professor of the Department of Internal Combustion Engines and Alternative Fuel Resources, Vinnytsia National Agrarian University (3, Sunny St., Vinnytsia, 21008, Ukraine, email: irynagunko@vsau.vin.ua).

**Yatskovska Rymma** – Assistant of the Department of Economic Cybernetics, Vinnytsia National Agrarian University (3, Solnyschna St., Vinnytsia, 21008, Ukraine, email: rimma@vsau.vin.ua).