

**IV. МАШИНОБУДУВАННЯ ТА МАТЕРІАЛОБРОБКА**

УДК 621.77

DOI: 10.37128/2520-6168-2019-2-11

АНАЛІЗ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ ЗАГОТОВОК ПРИ ВАЛЬЦЮВАННІ

Бубновська Ірина Анатоліївна, асистент
Вінницький національний аграрний університет
I. Bubnovs'ka, Assistant
Vinnytsia National Agrarian University

На основі використання рівняння рівноваги, умови пластичності в зонах плоскої деформації, рівняння зв'язку компонент тензора напружень та тензора швидкості деформацій отримано вираз для визначення показника напруженого стану, що дозволяє здійснювати оцінку деформованості матеріалу заготовки при вальцюванні.

Ключові слова: вальцювання, показник напруженого стану, швидкість деформації, тензор напружень, гідростатичне напруження.

Ф. 36. Рис. 2. Літ. 8.

1. Постановка проблеми

Для оцінки деформованості матеріалів та вдосконалення технологічного процесу вальцювання важливу роль відіграє інформація про напружений стан пластичної зони заготовки [1, 2].

Характер напруженого стану, разом з деформованим станом, визначають шлях деформування часток матеріалу заготовки. Будуючи шляхи деформування та маючи залежність пластичності металу від показника напруженого стану (діаграму пластичності) можна використовувати критерії деформованості, визначити використаний ресурс пластичності або граничні розміри заготовки.

Складність визначення напруженого стану при вальцюванні заготовок пов'язана із нестационарністю і складністю процесу, що передбачає проведення експериментальних досліджень. Разом з тим, аналіз деформованого стану заготовок показав, що в ряді випадків його можна прийняти плоским, що полегшує завдання аналітичного дослідження напруженого стану матеріалу заготовок.

2. Аналіз останніх досліджень та публікацій

Враховуючи складність напружено-деформованого стану матеріалу заготовок при вальцюванні, його дослідження провадили переважно експериментальним методом [3] та методом скінчених елементів [4, 5].

Оцінку напруженого стану, в рамках феноменологічної теорії деформованості, здійснюють переважно використовуючи показник напруженого стану [6]:

$$\eta = \frac{I_1(T_\sigma)}{\sqrt{3I_2(D_\sigma)}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{\sigma_u} = \frac{3\sigma_0}{\sigma_u}. \quad (1)$$

Компоненти σ_x , σ_y , σ_z , а також середнє напруження σ_0 визначають за результатами аналізу напруженого стану зони деформації. Інтенсивність напружень σ_u – із аналізу деформованого стану за відомим у даній точці інтенсивності деформацій ε_u та використанням кривої плинності матеріалу.

3. Мета дослідження

Метою дослідження є теоретичний аналіз напруженого стану матеріалу заготовки при реалізації вальцюванням плоского деформованого стану.

4. Основні результати дослідження.

Для аналізу напруженого стану заготовки при вальцюванні використаємо циліндричну систему координат r, α, y (рис. 1).

На основі проведеного раніше дослідження деформованого стану заготовки при вальцюванні [7], схему деформованого стану можна прийняти плоскою, тобто плином металу у напрямі координати y можна знехтувати.



Зона пластичної деформації в площині $y = const$ обмежена зоною контакту вальців із заготовкою, тобто ділянкою, що розташована між радіусами r_1 , r_2 і кутом α при заміні дуги контакту хордою. Матеріал заготовки при цьому вважаємо ізотропним і деформаційно зміцнюваним.

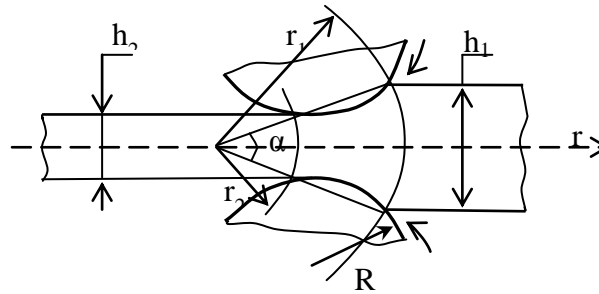


Рис. 1. Схема зони деформації при вальцюванні

Рівняння рівноваги деформованого елемента (рис. 2) в циліндричній системі координат:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \tau_{rt}}{\partial \alpha} + \frac{\sigma_r - \sigma_t}{r} = 0 \\ \frac{\partial \tau_{rt}}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \sigma_t}{\partial \alpha} + \frac{2\tau_{rt}}{r} = 0 \end{cases} \quad (2)$$

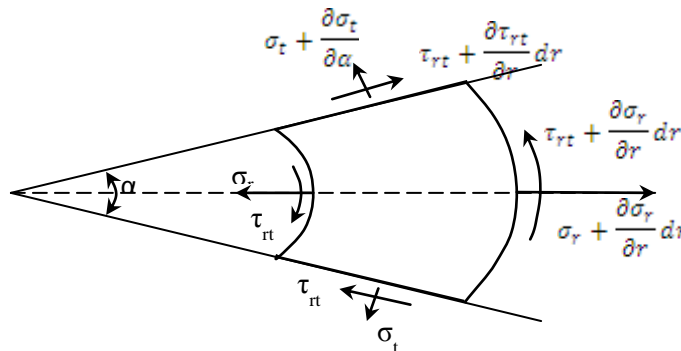


Рис. 2. Напруження на гранях елемента

Швидкість деформації в радіальному $\dot{\epsilon}_r$, тангенціальному $\dot{\epsilon}_t$ напрямках і швидкість деформації зсуву $\dot{\gamma}_{rt}$ виражаються через швидкість плинку V_r наступними кінематичними співвідношеннями

$$\dot{\epsilon}_r = \frac{\partial V_r}{\partial r}; \quad \dot{\epsilon}_t = \frac{V_r}{r}; \quad \dot{\gamma}_{rt} = \frac{1}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \alpha} \quad (3)$$

Враховуючи умову нерозривності для плоскої деформації ($\dot{\epsilon}_y = 0$) отримуємо:

$$\dot{\epsilon}_r + \dot{\epsilon}_t = 0. \quad (4)$$

Підставимо (3) в (4):

$$\frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_r}{r} = 0. \quad (5)$$

Звідки:

$$V_r = \frac{V(\alpha)}{r}, \quad (6)$$

де $V(\alpha)$ – невідома функція координати α . Тоді співвідношення (3) прийме вигляд:

$$\dot{\epsilon}_r = -\frac{\partial V(\alpha)}{r^2}; \quad \dot{\epsilon}_t = \frac{V(\alpha)}{r^2}; \quad \dot{\gamma}_{rt} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial V(\alpha)}{\partial \alpha}. \quad (7)$$

Фізичні рівняння, що зв'язують компоненти тензора напружень і тензора швидкостей деформацій для плоскої деформації можна записати у вигляді системи:

$$\begin{cases} \sigma_r - \sigma_0 = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sigma_u}{\dot{\epsilon}_u} \cdot \dot{\epsilon}_r \\ \sigma_t - \sigma_0 = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sigma_u}{\dot{\epsilon}_u} \cdot \dot{\epsilon}_t \\ \sigma_y - \sigma_0 = 0 \\ \tau_{rt} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sigma_u}{\dot{\epsilon}_u} \cdot \dot{\gamma}_{rt} \end{cases}, \quad (8)$$



де $\dot{\varepsilon}_u$ – інтенсивність швидкостей деформацій.

Третє рівняння системи (8) задовольняється, оскільки у випадку плоскої деформації маємо:

$$\sigma_y = \frac{\sigma_r + \sigma_t}{2} = \sigma_0.$$

Умову пластичності використаємо у формі Губера-Мізеса, яка для плоскої деформації має вигляд [7, 8]

$$\sigma_u = \sqrt{3}\tau_u = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{(\sigma_r - \sigma_t)^2 + 4\tau_{rt}^2} = \sigma_s, \quad (9)$$

де τ_u – інтенсивність дотичних напружень; σ_s – напруження плину (опору пластичному деформуванню).

Крива плину матеріалу заготовки має вигляд степеневі залежності

$$\sigma_s = \sigma_T \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^n, \quad (10)$$

де σ_T – межа плину; n – показник зміцнення матеріалу при пластичному деформування, що знаходиться за результатами експериментальних випробувань.

Прийнявши $B_0 = \frac{\sigma_T r_1^n}{\sqrt{3}} = const$, отримаємо

$$\tau_u = B_0 \cdot r^{-n}. \quad (11)$$

У випадку плоскої деформації компоненти тензора напружень σ_r , σ_t , σ_y можуть бути вираженими через невідому функцію $\varphi(r, \alpha)$ змінних r і α наступними співвідношеннями

$$\begin{cases} \sigma_r = \sigma_0 + \tau_n \cos 2\varphi \\ \sigma_t = \sigma_0 - \tau_n \cos 2\varphi \\ \sigma_y - \sigma_0 = 0 \\ \tau_{rt} = \tau_n \sin 2\varphi \end{cases}. \quad (12)$$

Задовольняючи граничні умови, маємо:

а) в площині симетрії $\tau_{rt} = 0$. Відповідно при $\alpha = 0$, $\varphi = 0$;

б) на поверхні контакту з валками напруження τ_{rt} досягають максимального значення, тобто при $\frac{\alpha_1}{2}$

$$\tau_{rt} = m\tau_u; \quad \varphi = \delta; \quad \sin 2\delta = m. \quad (13)$$

Прийmemo, що інтенсивність сил тертя на контакті дорівнює межі плину при зсуві, тобто при $\alpha = \frac{\alpha_1}{2}$: в зоні відставання $\varphi = -\frac{\pi}{4}$; в зоні випередження $\varphi = \frac{\pi}{4}$.

Підставляючи (9), (12) в (8), отримаємо

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}_r = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \dot{\varepsilon}_u \cdot \cos 2\varphi \\ \dot{\varepsilon}_t = -\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \dot{\varepsilon}_u \cdot \cos 2\varphi \\ \dot{\gamma}_{rt} = \sqrt{3} \cdot \dot{\varepsilon}_u \cdot \sin 2\varphi \end{cases} \quad (14)$$

Із рівнянь (7) і (14) маємо

$$\frac{\dot{\gamma}_{rt}}{\dot{\varepsilon}_r} = -\frac{\partial V(\alpha)}{\partial \alpha} \cdot \frac{1}{V(\alpha)} = 2tg 2\varphi. \quad (15)$$

Оскільки $V(\alpha)$ є функцією лише однієї змінної α , то функція φ не залежить від r , тобто:

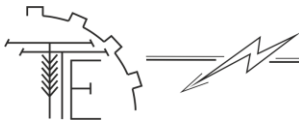
$$\varphi = \varphi(\alpha); \quad \frac{\partial \varphi}{\partial r} = 0. \quad (16)$$

Рівняння рівноваги з урахуванням (11), (12) і (16) після диференціювання набудуть вигляду

$$\begin{cases} \frac{r^{n+1}}{2B_0} \cdot \frac{\partial \sigma_0}{\partial r} + \cos 2\varphi \left[\frac{d\varphi}{d\alpha} + A_0 \right] = 0 \\ \frac{r^n}{2B_0} \cdot \frac{\partial \sigma_0}{\partial r} + \sin 2\varphi \left[\frac{d\varphi}{d\alpha} + A_0 \right] = 0, \end{cases} \quad (17)$$

де $A_0 = 1 - \frac{n}{2}$.

Введемо позначення



$$\sin 2\varphi \left[\frac{d\varphi}{d\alpha} + A_0 \right] = \frac{d\omega(\alpha)}{d\alpha}, \quad (18)$$

де $\omega(\alpha)$ – деяка функція координати α . Тоді інтегруючи друге рівняння системи (17), отримаємо

$$\frac{r^n \cdot \sigma_0}{2B_0} = \chi(r) - \omega(\alpha), \quad (19)$$

де $\chi(r)$ – невідома функція змінної r .

Диференціюючи рівняння (19) по змінній r і розв'язуючи його сумісно з першим рівнянням системи (17), отримаємо

$$r \cdot \frac{\partial \chi}{\partial r} - n \cdot \chi = n \cdot \omega + \cos 2\varphi \left(\frac{d\varphi}{d\alpha} + A_0 \right). \quad (20)$$

Оскільки ліва частина рівняння (20) залежить лише від r , а права лише від α , то ліва і права частини є деякою постійною b

$$\begin{cases} r \cdot \frac{\partial \chi}{\partial r} - n \cdot \chi = b, \\ n \cdot \omega + \cos 2\varphi \left(\frac{d\varphi}{d\alpha} + A_0 \right) = b. \end{cases} \quad (21)$$

Інтегруючи перше рівняння (21) отримаємо

$$\chi = c \cdot r^n - \frac{b}{n}, \quad (22)$$

де c – постійна інтегрування.

Якщо в рівнянні (17) знехтувати постійною A_0 у порівнянні з $\frac{d\varphi}{d\alpha}$, то

$$\omega(\alpha) = -\frac{1}{2} \cos 2\varphi + c_1, \quad (23)$$

тоді із другого рівняння (21) отримаємо

$$b_\alpha = \frac{\cos 2\varphi d\varphi}{k_0 - \cos 2\varphi}, \quad (24)$$

де $k_0 = b - c_1 \cdot n$.

Інтегруючи (24) отримаємо

$$\alpha = \frac{k_0}{\sqrt{k_0^2 - 1}} \arctg \frac{(k_0 - 1) \operatorname{tg} 2\varphi}{\sqrt{k_0^2 - 1}} - \varphi_0. \quad (25)$$

Постійну k_0 можна визначити, використовуючи граничну умову (13) на контакті з валком, а із виразу (24) – постійну b .

Проте можна використати і більш простий, наближений метод розв'язання. Якщо $k_0 \gg \cos 2\varphi$, то з (24) отримаємо

$$2k_0\alpha = \sin 2\varphi. \quad (26)$$

В частковому випадку, коли інтенсивність сил тертя на поверхні контакту при $\alpha = \frac{\alpha_1}{2}$ дорівнює межі плинності при зсуві

$$k_0 = \mp \frac{1}{\alpha_1}; \quad b = \mp \frac{1}{\alpha_1} + c_1 \cdot n. \quad (27)$$

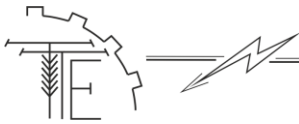
Тоді

$$\begin{aligned} \sin 2\varphi &= \mp \frac{2\alpha}{\alpha_1}; \quad \cos 2\varphi = \sqrt{1 - 4 \left(\frac{\alpha}{\alpha_1} \right)^2}, \\ \omega(\alpha) &= c_1 - \frac{1}{2} \sqrt{1 - 4 \left(\frac{\alpha}{\alpha_1} \right)^2}. \end{aligned} \quad (28)$$

В цьому випадку вираз для середнього гідростатичного напруження і компонент тензора напружень набуває вигляду:

$$\sigma_0 = \frac{\sigma_T \cdot r^n}{\sqrt{3} \cdot r^n} \left[c \cdot r^n - 2c_1 \mp \frac{1}{\alpha_1 n} + \frac{1}{2} \sqrt{1 - 4 \left(\frac{\alpha}{\alpha_1} \right)^2} \right], \quad (29)$$

$$\sigma_r = \frac{\sigma_T \cdot r^n}{\sqrt{3} \cdot r^n} \left[c \cdot r^n - 2c_1 \mp \frac{1}{\alpha_1 n} + \frac{3}{2} \sqrt{1 - 4 \left(\frac{\alpha}{\alpha_1} \right)^2} \right], \quad (30)$$



$$\sigma_r = \frac{\sigma_T \cdot r_1^n}{\sqrt{3} \cdot r^n} \left[C \cdot r^n - 2C_1 \mp \frac{1}{\alpha_1 n} - \frac{1}{2} \sqrt{1 - 4 \left(\frac{\alpha}{\alpha_1} \right)^2} \right], \quad (31)$$

$$\tau_{rt} = \mp \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sigma_T \cdot r_1^n}{r^n} \cdot \frac{\alpha}{\alpha_1}, \quad (32)$$

де знак "мінус" відноситься до зони відставання, а "плюс" – до зони випередження.

Невідомі постійні C і C_1 можна визначити із граничних умов на вході в зону пластичної деформації при $r = r_1$ і на виході з неї при $r = r_2$ у залежності від величини переднього і заднього натягу чи підпору. При відсутності натягу чи підпору при $r = r_1$ і $r = r_2$ напруження $\sigma_r = 0$. Тоді

$$C = \frac{2}{r_1^n - r_2^n} \left[\frac{1}{\alpha_1 n} - \sqrt{1 - 4 \left(\frac{\alpha}{\alpha_1} \right)^2} \right]; \quad (33)$$

$$C_1 = \frac{1}{2} \left[\frac{2r_2^n}{r_1^n - r_2^n} \cdot \left(\frac{1}{\alpha_1 n} - \sqrt{1 - 4 \left(\frac{\alpha}{\alpha_1} \right)^2} \right) + \frac{1}{\alpha_1 n} - \frac{1}{2} \sqrt{1 - 4 \left(\frac{\alpha}{\alpha_1} \right)^2} \right]. \quad (34)$$

При відомому значенні середнього гідростатичного напруження можна визначити показники напруженого стану у кожній точці в зоні пластичної деформації

$$\eta = \frac{3\sigma_0}{\sigma_u} = \sqrt{3} \left(C \cdot r^n - 2C_1 \mp \frac{1}{\alpha_1 n} \right). \quad (35)$$

Зокрема, на поверхні контакту валка з заготовкою, де деформований стан матеріалу заготовки може бути визначений експериментально (методом координатних сіток), тобто при $\alpha = \frac{\alpha_1}{2}$, у відповідності з формулами (29) – (35) показник напруженого стану описується залежністю

$$\eta = \sqrt{3} \left[\frac{2r_1^n}{(r_1^n - r_2^n) \alpha_1 n} \mp \frac{1}{\alpha_1 n} - 1 \right]. \quad (36)$$

5. Висновки

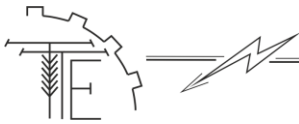
В роботі шляхом сумісного розв'язання рівнянь рівноваги, умови пластичності в зонах плоскої деформації і рівнянь зв'язку компонент тензора напружень та тензора швидкості деформацій при вальцюванні заготовок, отримано вираз для визначення показника напруженого стану матеріалу, що дозволяє здійснювати оцінку його деформованості.

Список літератури

1. Матвійчук В. А. Совершенствование процессов локальной ротационной обработки давлением на основе анализа деформируемости металлов. Монография / В. А. Матвійчук, И. С. Алиев. – Краматорск: ДГМА, 2009. – 267 с.
2. Огородников В. А. Оценка деформируемости металлов при обработке давлением / В. А. Огородников. – Киев: Вища школа, 1983. – 176 с.
3. Скрыбин С. А. Исследование неравномерности деформации и распределения температурного поля в очаге деформации, с учетом развития деформации во времени / С. А. Скрыбин, И. В. Гунько, И. А. Бубновская // Технологические системы, 2011. - №1, С. 50 – 53.
4. Севостьянов І. В. Розвиток процесів вальцювання криволінійних заготовок із алюмінієвих сплавів / І. В. Севостьянов, Ю. В. Добранюк, І. А. Бубновська // Вісник машинобудування та транспорту, 2017. - №2 (6). – С. 150 – 157.
5. Матвійчук В. А. Оцінка деформованості матеріалу криволінійних заготовок при холодному вальцюванні / В. А. Матвійчук., І. А. Бубновська // Техніка, енергетика, транспорт АПК, 2017. - №4 (99). – С. 92 – 96.
6. Смирнов-Аляев Г. А. Механические основы пластической обработки металлов / Г. А. Смирнов-Аляев. – М.: Машиностроение, 1968. – 272 с.
7. Малинин Н. Н. Прикладная теория пластичности и ползучести / Н. Н. Малинин. – М.: Машиностроение, 1975. – 400 с.
8. Калетнік Г. М. Основи інженерних методів розрахунків на міцність і жорсткість / Г. М. Калетнік, М. Г. Чаусов, В. М. Швайко. – Київ: «Хайт-Тек Прес», 2013. – 528 с.

References

- [1] Matviychuk, V., Aliev, I. (2009) *Sovershenstvovanie protsessov lokalnoy rotatsionnoy obrabotki davleniem na osnove analiza deformiruemosti metallov* [Improvement of the local rotational pressure



- treatment processes based on the analysis of the deformability of metals] Kramatorsk: DGMA [in Ukrainian].
- [2] Ogorodnikov, V. (1983) *Otsenka deformiruемости metallov pri obrabotke davleniem [Evaluation of metal deformability during pressure treatment]* Kiev: Vishcha shkola [in Ukrainian].
 - [3] Skryabin, S., Gunko, I., Bubnovskaya, I. (2011) *Issledovanie neravnomernosti deformacii i raspredeleniya temperaturnogo polya v ochage deformacii, s uchetom razvitiya deformacii vo vremeni [The study of the non-uniformity of deformation and the distribution of the temperature field in the deformation zone, taking into account the development of deformation in time]*, 1, 50 – 53, Tehnologichni systemy [in Russian].
 - [4] Sevostyanov, I., Dobranyuk, Y., Bubnovska, I. (2017) *Rozvitok procesiv valcyuvannya krivoliniynih zagotovok iz alyuminiyevih splaviv [Development of processes of rolling of curvilinear blanks from aluminum alloys]*, 2 (6), 150 – 157, Visnik mashinobuduvannya ta transportu [in Ukrainian].
 - [5] Matvijchuk, V., Bubnovska, I. (2017) *Ocinka deformovanosti materialu krivoliniynih zagotovok pri holodnomu valcyuvanni [Estimation of deformation of material of curvilinear blanks during cold rolling]*, 4 (99), 92 – 96, Tehnika, energetika, transport APK [in Ukrainian].
 - [6] Smirnov-Alyayev, G. (1968) *Mehanicheskie osnovy plasticheskoy obrabotki metallov [Mechanical bases of plastic processing of metals]* Moscow: Mashinostroenie [in Russian].
 - [7] Malinin, N. (1975) *Prikladnaya teoriya plastichnosti i polzuchesti [Applied theory of plasticity and creep]* Moscow: Mashinostroenie [in Russian].
 - [8] Kaletnik, G. (2013) *Osnovy inzhenernykh metodiv rozrakhunkiv na mitsnist i zhorstkist [Basic engineering methods of rosrakhunkiv on the city and the market]* Kiev: “High-Tech Press” [in Ukrainian].

АНАЛИЗ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ЗАГОТОВОК ПРИ ВАЛЬЦОВКЕ

С использованием уравнения равновесия, условия пластичности в зонах плоской деформации, уравнения связи компонент тензора напряжений и тензора скорости деформаций, получено выражение для определения напряженного состояния, что дает возможность осуществлять оценку деформируемости материала заготовки при вальцовке.

Ключевые слова: вальцовка, показатель напряженного состояния, скорость деформации, тензор напряжений, гидростатическое напряжение.

Ф. 36. Рис. 2. Лит. 8.

ANALYSIS OF INFLAMMABLE STATE OF PURCHASE AT THE WALKING

On the basis of the equilibrium equation, the plasticity conditions in the zones of plane strain, the equation of the connection of the components of the stress tensor and the strain rate tensor, an expression was obtained for determining the stress state parameter, which makes it possible to estimate the deformity of the workpiece material during rolling.

Key words: rolling, index stress state, strain rate, stress tensor, hydrostatic stress.

F. 36. Fig. 2. Ref. 8.

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРА

Бубновська Ірина Анатоліївна – асистент кафедри «Електроенергетики, електротехніки та електромеханіки» Вінницького національного аграрного університету (Сонячна, 3, м. Вінниця, 21008, Україна, e-mail: biana25100@gmail.com).

Бубновская Ирина Анатольевна – ассистент кафедры «Электроэнергетики, электротехники и электромеханики» Винницкого национального аграрного университета (Солнечная, 3, г. Винница, 21008, Украина, e-mail: biana25100@gmail.com).

Bubnovska Irina – Assistant Professor of the Department of “Electrical Engineering, Electrical Engineering and Electromechanics” of the Vinnytsia National Agrarian University (3, Sunny St, Vinnytsia, 21008, Ukraine, e-mail: biana25100@gmail.com).