



УДК 621.77.01

DOI: 10.37128/2520-6168-2023-1-9

**АНАЛІЗ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ МАТЕРІАЛУ ЗАГОТОВОК ПРИ
ВИСАДЖУВАННІ РЕСУРСОЩАДНИМ МЕТОДОМ ШТАМПУВАННЯ ОБКОЧУВАННЯМ**

Матвійчук Віктор Андрійович, д.т.н., професор,
Михалевич Володимир Маркусович, д.т.н., професор,
Штуць Андрій Анатолійович, асистент
Вінницький національний аграрний університет

Viktor Matviychuk, Doctor of Technical Sciences, Professor
Volodymyr Mikhalevich, Doctor of Technical Sciences, Professor
Andrii Shtuts, Assistant
Vinnytsia National Agrarian University

Процеси висаджування заготовок методом штампування обкочуванням дозволяють ефективно виготовляти широкий асортимент високоякісних виробів, проте розширенню їх технологічних можливостей перешкоджає ймовірність руйнування матеріалу при деформуванні. Подальший розвиток процесів можливий шляхом розробки нових технологічних схем на основі аналізу кінематики деформування та призначення сприятливих технологічних параметрів з урахуванням їх впливу на напружено-деформований стан і деформовність матеріалу заготовок. Для широкого використання методу оцінки деформовності заготовок, необхідна надійна методика, що передбачає наявність математичної моделі траєкторії деформування часток матеріалу в координатах «показник напруженого стану - накопичена до руйнування пластична деформація». В роботі застосовано підхід до пошуку аналітичного представлення траєкторії деформування на основі побудови диференціального рівняння між компонентами приростів пластичних деформацій, з подальшим розв'язанням цього рівняння та ідентифікації його параметрів на основі експериментальних даних. За результатами досліджень схематично побудовані траєкторії деформування часток матеріалу периферійної поверхні фланця при висаджуванні методом штампування обкочуванням в координатах «інтенсивність деформацій – показник напруженого стану». На основі побудованої моделі можна проводити моделювання накопичення пошкоджень шляхом зміни значень параметрів моделі для різних матеріалів та шляхів деформування. Отримано аналітичне представлення траєкторії деформування у параметричному вигляді. Переваги представлення траєкторії деформування у вигляді параметричних рівнянь полягають у зручності аналізу цих траєкторій. Перевагою моделі траєкторії деформування часток матеріалу в координатах «показник напруженого стану - накопичена до руйнування пластична деформація» є відсутність матеріальної сталості в аналітичному виразі для напруженого стану, а наслідком - додатковій зручності аналізу співвідношень та підбору значення матеріальної сталості на основі експериментальних даних.

Ключові слова: штампування обкочуванням, висаджування фланця, напружено-деформований стан, математична модель траєкторії деформування.

Ф. 40. Рис. 5. Літ. 12.

1. Постановка проблеми

При розробці процесів штампування обкочуванням (ШО) особливо важливою є інформація про напружено-деформований стан (НДС) матеріалу заготовок та впливу на нього різних технологічних параметрів. На основі такої інформації можна визначати силові параметри процесу, проводити оцінку деформовності матеріалу заготовок і стійкості інструментального оснащення, цілеспрямовано розширювати технологічні можливості процесу, прогнозувати службові характеристики виробів [1]. Однією з найбільш розповсюджених операцій ШО є висаджування, при якій осаджується лише частина заготовки. Висаджуванням можна отримати з високою точністю складно профільні вироби з розвинутими тонкостінними елементами. При цьому в силу досягнення значних деформацій виникає ризик руйнування матеріалу заготовок через його недостатню деформовність [2, 3]. Для дослідження НДС в процесах ОМД використовуються різноманітні методи: експериментальні, аналітичні,

імітаційного моделювання. Найкраще з позиції точності і ефективності зарекомендували себе комбіновані експериментально-розрахункові методи. Все відзначене і обумовлює актуальність проведення дослідження НДС матеріалу заготовок при висаджуванні методом ШО.

2. Аналіз останніх досліджень та публікацій

Технологічна схема висаджування зовнішніх фланців на трубних заготовках конічним валком показана на рис. 1,а. Найбільш небезпечною, з точки зору руйнування, виявилася зовнішня вільна бокова поверхня фланця. При цьому зміщення вершини валка в напрямі плями контакту, як показано на рис. 1,а, сприяє відходу матеріалу периферійної частини фланця заготовки від контакту з валком, як це намічається на рис. 1,в і повністю реалізовано на рис. 1,г.

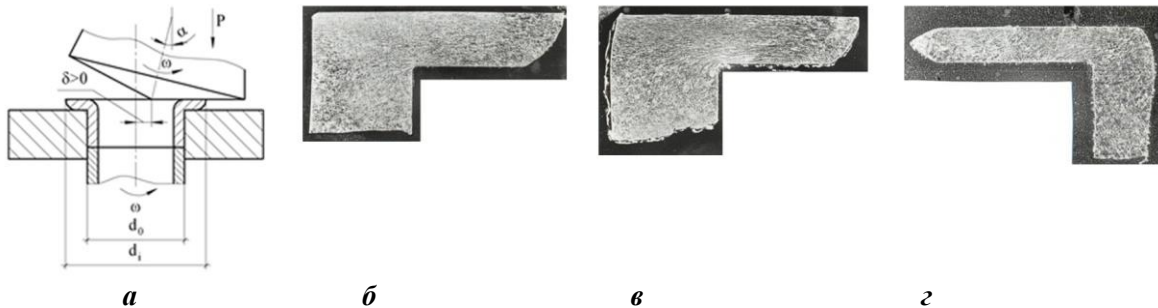


Рис. 1. Схема висаджування зовнішнього фланця заготовки методом штампування обкочуванням а) і форми перерізу сформованого фланця б), в), з) в залежності від положення вершини валка

В роботі [2] проводилися різносторонні дослідження НДС матеріалу в зоні фланця трубної заготовки. На рис. 2 приведений характер розподілу інтенсивності напружень $\sigma_i = \text{const}$ і інтенсивності деформацій $\bar{\epsilon}_i = \text{const}$, отриманий методом вимірювання твердості, а на рис. 3 – інтенсивності деформацій, отриманий методом скінчених елементів (МСЕ).

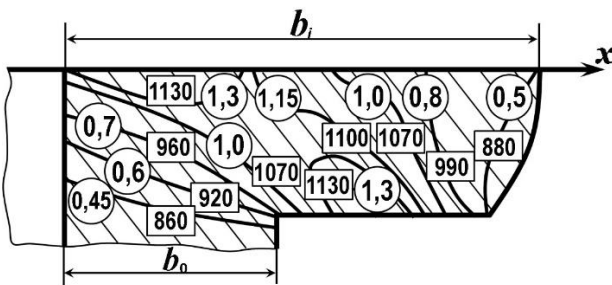


Рис. 2. Розподілу в перерізі фланця трубної заготовки параметрів $\bar{\epsilon}_i = \text{const}$, $\sigma_i = \text{const}$

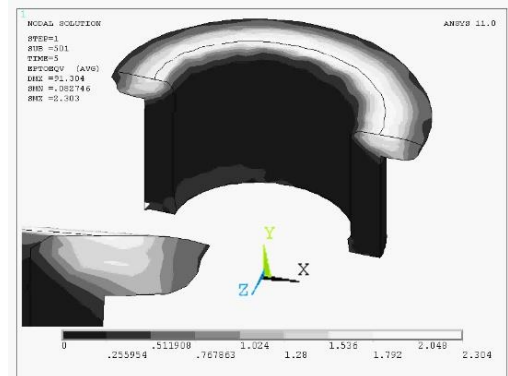
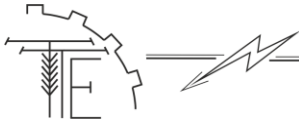


Рис. 3. Розподіл інтенсивності деформацій $\bar{\epsilon}_i = \text{const}$ в перерізі фланця

В роботі [4] методом сіток отримано шляхи деформування часток матеріалу вільної поверхні фланця в координатах показник напруженого стану – інтенсивність деформацій.

Оскільки технологічні можливості досліджуваної операції можуть бути суттєво обмеженими внаслідок утворення тріщин на бічній поверхні під час ШО, то розробка вказаних процесів має відбуватися разом з побудовою та дослідженням моделі деформовності матеріалу вказаних небезпечних зон заготовок. Одним із елементів моделі деформовності матеріалу заготовок в процесах пластичного деформування є математична модель траєкторії деформування часток матеріалу в координатах «показник напруженого стану - накопичена до руйнування пластична деформація». Дослідження показали, що найбільш ефективним є підхід до пошуку аналітичного представлення траєкторії деформування на основі побудови диференціального рівняння між компонентами приростів пластичних деформацій, з подальшим розв'язанням цього рівняння та ідентифікації його параметрів на основі експериментальних даних. Безумовно, ефективність такого підходу суттєво залежить від ступеня обґрунтованості вибору вихідного диференціального рівняння.



3. Мета та завдання дослідження

Метою даної роботи є визначення експериментально-аналітичним методом показника напруженого стану та побудова траєкторії деформування на вільній поверхні фланця заготовки під час операції висаджування методом штампування обкочуванням.

4. Основні результати дослідження

Розглянемо основні елементи аналітичної частини зазначеного експериментально-аналітичного підходу [5, 6, 7]. Запишемо залежність між осьовою ε_z та коловою ε_φ логарифмічними деформаціями макрочастинки матеріалу заготовки:

$$\varepsilon_z = f(\varepsilon_\varphi) \quad (1)$$

В [6, 7] розглядається бічна поверхня циліндричного зразка при торцевому стисненні та сформульовано умови до побудови цієї залежності у вигляді диференціального рівняння.

На основі цих результатів сформулюємо умови для побудови аналогічної залежності для описання зміни деформованого стану вільної поверхні фланця заготовки під час операції висаджування методом ШО:

- пропонується структура нелінійного диференціального рівняння 1-го порядку з відокремлюваними змінними:

$$\frac{d\varepsilon_z}{d\varepsilon_\varphi} = f(\varepsilon_\varphi); \quad (2)$$

- вважається, що в початковий момент деформування напружений стан матеріалу може бути більш жорстким, ніж напружений стан одноосового стиснення:

$$\left. \frac{d\varepsilon_z}{d\varepsilon_\varphi} \right|_{\varepsilon_\varphi = 0} = 0 = -(1 + \theta), \quad 0 \leq \theta \leq 1; \quad (3)$$

- вважається, що при збільшенні деформації до як завгодно великої величини матимемо:

$$\lim_{\varepsilon_\varphi \rightarrow \infty} \frac{d\varepsilon_z}{d\varepsilon_\varphi} \geq -\frac{1}{2}; \quad (4)$$

- внаслідок явища поступового переходу від циліндричної форми бічної поверхні до бочкоподібної із збільшенням значення колової деформації ε_φ , у зв'язку із розвитком бочкоутворення бічної поверхні, відношення приростів осьової ε_z та колової ε_φ деформацій збільшується (за абсолютною величиною зменшується), тобто:

$$\frac{d\left(\frac{d\varepsilon_z}{d\varepsilon_\varphi}\right)}{d\varepsilon_\varphi} = \frac{d^2\varepsilon_z}{d\varepsilon_\varphi^2} \leq 0; \quad (5)$$

- умова якомога меншої кількості параметрів;
- умова інтегрованості диференціального рівняння та невеликої обчислювальної складності розв'язку задачі визначення граничних деформацій;
- структура диференціального рівняння має бути такою, щоб його розв'язок в параметричній формі мав вигляд:

$$\begin{cases} \eta = \eta_1(t); \\ \bar{e}_i = m \cdot f_3(t). \end{cases} \quad (6)$$

Слід зазначити, що при $\theta = 1$ умова (3) стає тотожною аналогічній умові, що сформульована авторами [6, 7] для процесу торцевого стиснення циліндричного зразка:

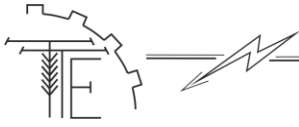
$$\left. \frac{d\varepsilon_z}{d\varepsilon_\varphi} \right|_{\varepsilon_\varphi = 0} = 0 = -2. \quad (7)$$

Далі із застосуванням теорії течії буде показано, що ця умова відповідає напруженому стану одноосового стиску:

$$\eta|_{\varepsilon_\varphi = 0} = -1. \quad (8)$$

Остання умова означає, що незалежно від умов тертя на торцях циліндричного зразка на початковій стадії торцевого стиснення матеріал вільної бічної поверхні перебуває в напруженому стані рівномірного стиснення.

Що стосується схеми ШО, коли вершина конічного валка може бути зміщена від осі заготовки в напрямку плями контакту (рис. 1,г), маємо дещо іншу ситуацію. Ця схема дозволяє отримувати широкі фланці, проте вже на початкових стадіях обкочування периферійна зона фланця відходить від контакту



з валком, що формує на вільній поверхні досить жорстку схему напруженого стану. Отже, вже на початковій стадії вказаного процесу може мати місце більш жорсткий напружений стан матеріалу небезпечних зон, у порівнянні з торцевим стисненням циліндричних зразків.

З урахуванням низки сформульованих умов побудовано диференціальне рівняння:

$$\frac{d\varepsilon_z}{d\varepsilon_\varphi} = -\frac{1}{4} \cdot (1 + \theta) \cdot \left(1 + \frac{3 \cdot m^2}{\varepsilon_\varphi^2 + m^2} \right), \quad m > 0, \quad 0 \leq \theta \leq 1. \quad (9)$$

Числові значення параметрів m, θ звичайно визначається на основі результатів замірів зміни розмірів координатної сітки. Оскільки це пов'язане з відчутним розсіюванням подібних експериментальних даних, то необхідно спочатку знайти аналітичний вигляд залежності (1). Іншими словами маємо знайти частинний розв'язок диференціального рівняння, що задовольняє умову:

$$(\varepsilon_z)_{\varepsilon_\varphi=0} = 0. \quad (10)$$

Ми маємо звичайне диференціальне рівняння 1-го порядку з відокремлюваними змінними (9). Відокремимо змінні та проінтегруємо обидві частини отриманого рівняння:

$$\varepsilon_z = - \int_0^{\varepsilon_\varphi} \left(\frac{1}{4} \cdot (1 + \theta) \cdot \left(1 + \frac{3 \cdot m^2}{\varepsilon_\varphi^2 + m^2} \right) \right) \cdot d\varepsilon_\varphi. \quad (11)$$

Знаходимо визначений інтеграл та остаточно отримуємо:

$$\varepsilon_z = -\frac{1}{4} \cdot (1 + \theta) \cdot \left(\varepsilon_\varphi + 3 \cdot m \cdot \operatorname{arctg} \left(\frac{\varepsilon_\varphi}{m} \right) \right). \quad (12)$$

Після отримання аналітичної залежності для описання зміни деформованого стану, перейдемо до визначення показника напруженого стану та побудови траєкторії деформування на вільній поверхні фланця заготовки під час операції висаджування методом ШО.

Напружений стан в небезпечній ділянці заготовки визначатимемо за методикою, що детально висвітлена в [6, 7].

За співвідношеннями теорії течії матимемо:

$$s_{ij} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sigma_i}{d\varepsilon_i} \cdot d\varepsilon_{ij}, \quad (13)$$

де S_{ij} – компоненти девіатора напружень,

$$s_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma; \quad (14)$$

s - перший інваріант тензора напружень або середнє напруження:

$$\sigma = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}; \quad (15)$$

S_1, S_2, S_3 – головні напруження σ_{ij} , $d\varepsilon_{ij}$ - компоненти тензорів напружень та приростів пластичних деформацій відповідно; $\bar{d\varepsilon}_i$ - інтенсивності напружень та приростів деформацій відповідно.

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{(\sigma_z - \sigma_\varphi)^2 + (\sigma_\varphi - \sigma_r)^2 + (\sigma_r - \sigma_z)^2}; \quad (16)$$

$$\bar{d\varepsilon}_i = \sqrt{(d\varepsilon_\varphi)^2 + \frac{1}{3} \cdot (d\varepsilon_r - d\varepsilon_z)^2}; \quad (17)$$

$d\varepsilon_r$ – приріст радіальної деформації.

Приріст радіальної деформації $d\varepsilon_r$ визначається із умови нестискуваності:

$$d\varepsilon_z + d\varepsilon_\varphi + d\varepsilon_r = 0. \quad (18)$$

Слід зазначити, що в контексті методики, що використовується, під визначенням напруженого стану розуміється визначення показника напруженого стану:

$$\eta = \frac{\sigma_z + \sigma_\varphi + \sigma_r}{\sigma_i}. \quad (19)$$

Як впливає з недавніх праць [8] цей показник отримав широке використання не тільки у вітчизняній літературі [9], а й в працях науковців країн далекого зарубіжжя. До того ж показано, що за останні десятиліття невпинно зростає кількість праць, в яких вказаний показник використовується для прогнозування руйнування матеріалів за умов пластичної деформації.

Ключовим аспектом можливості визначення показника напруженого стану на вільній бічній поверхні є факт рівності нулю радіальної компоненти напруження $\sigma_r = 0$.



З урахуванням цієї умови вираз (16) для інтенсивності напружень набуває вигляду:

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{(\sigma_z - \sigma_\varphi)^2 + (\sigma_\varphi)^2 + (\sigma_z)^2}. \quad (20)$$

На основі теорії течії маємо [6, 7]:

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{(\sigma_z - \sigma_\varphi)^2 + (\sigma_\varphi)^2 + (\sigma_z)^2}, \quad (21)$$

$$\sigma_\varphi = \frac{2}{3} \cdot \sigma_u \cdot \frac{2 + \frac{d\varepsilon_z}{d\varepsilon_\varphi}}{\sqrt{1 + \frac{1}{3} \cdot \left(2 \frac{d\varepsilon_z}{d\varepsilon_\varphi} + 1\right)^2}}, \quad (22)$$

$$\eta = \frac{2 \cdot \left(\frac{d\varepsilon_z}{d\varepsilon_\varphi} + 1\right)}{\sqrt{1 + \frac{1}{3} \cdot \left(2 \frac{d\varepsilon_z}{d\varepsilon_\varphi} + 1\right)^2}}. \quad (23)$$

Важлива особливість застосованої методики визначення напружено деформованого стану матеріалу полягає в тому, що числові значення середнього напруження та інтенсивності напружень залишаються невизначеними. Проте, для здійснення оцінки деформованості матеріалу заготовки достатньо побудови математичної моделі траєкторії деформацій в координатах «показник напруженого стану – накопичена пластична деформація».

Запишемо вираз для показника напруженого стану на основі (23) з урахуванням (9):

$$\eta = \frac{6 \cdot \left(-\frac{1+\theta}{4} \cdot \left(1 + \frac{3 \cdot m^2}{\varepsilon_\varphi^2 + m^2}\right) + 1\right)}{\sqrt{9 + 3 \cdot \left(-\frac{1+\theta}{2} \cdot \left(1 + \frac{3 \cdot m^2}{\varepsilon_\varphi^2 + m^2}\right) + 1\right)^2}}, \quad \{\varepsilon_\varphi, m\} \in 0, \infty), \theta \in [0,1], \quad (24)$$

та проаналізуємо отримане співвідношення. Оскільки отримання цього співвідношення та його аналіз пов'язані з елементарними але доволі громіздкими перетвореннями всі викладки перевіряли за допомогою використання системи комп'ютерної математики.

В окремому випадку при $\theta = 1$ останнє співвідношення перетворюється до виразу:

$$\eta|_{\theta=1} = \frac{1 - \frac{3 \cdot m^2}{\varepsilon_\varphi^2 + m^2}}{\sqrt{1 + 3 \cdot \left(\frac{m^2}{\varepsilon_\varphi^2 + m^2}\right)^2}}, \quad \{\varepsilon_\varphi, m\} \in 0, \infty), \quad (25)$$

що отримано авторами [6, 7]. В початковий момент деформування при $\varepsilon_\varphi = 0$ з цього співвідношення випливає:

$$\eta \Big|_{\varepsilon_\varphi=0}^{\theta=1} = -1. \quad (26)$$

На основі (24) відносно початкового моменту деформування отримаємо умову:

$$\eta|_{\varepsilon_\varphi=0} = \frac{6 \cdot \theta}{\sqrt{9 + 3 \cdot (1 + 2 \cdot \theta)^2}}, \quad \theta \in [0,1], \quad (27)$$

що є узагальненням попередньої умови на випадок створення більш жорсткого, порівняно з одноосовим стисненням, напруженого стану ще на першому етапі деформування - до набуття бочкоподібної форми початково циліндричним зразком.

Вважається, що в залежності від величини зміщення вершини конічного валка відносно осі заготовки в напрямку плями контакту, напружений стан вільної поверхні в початковий момент деформування може досягти напруженого стану зсуву:

$$\eta \Big|_{\varepsilon_\varphi=0}^{\theta=0} = 0. \quad (28)$$

На рис. 4 показані графіки, що дають уяву про закономірності зміни в можливих значеннях напруженого стану з ростом пластичної деформації в залежності від параметрів побудованої моделі.

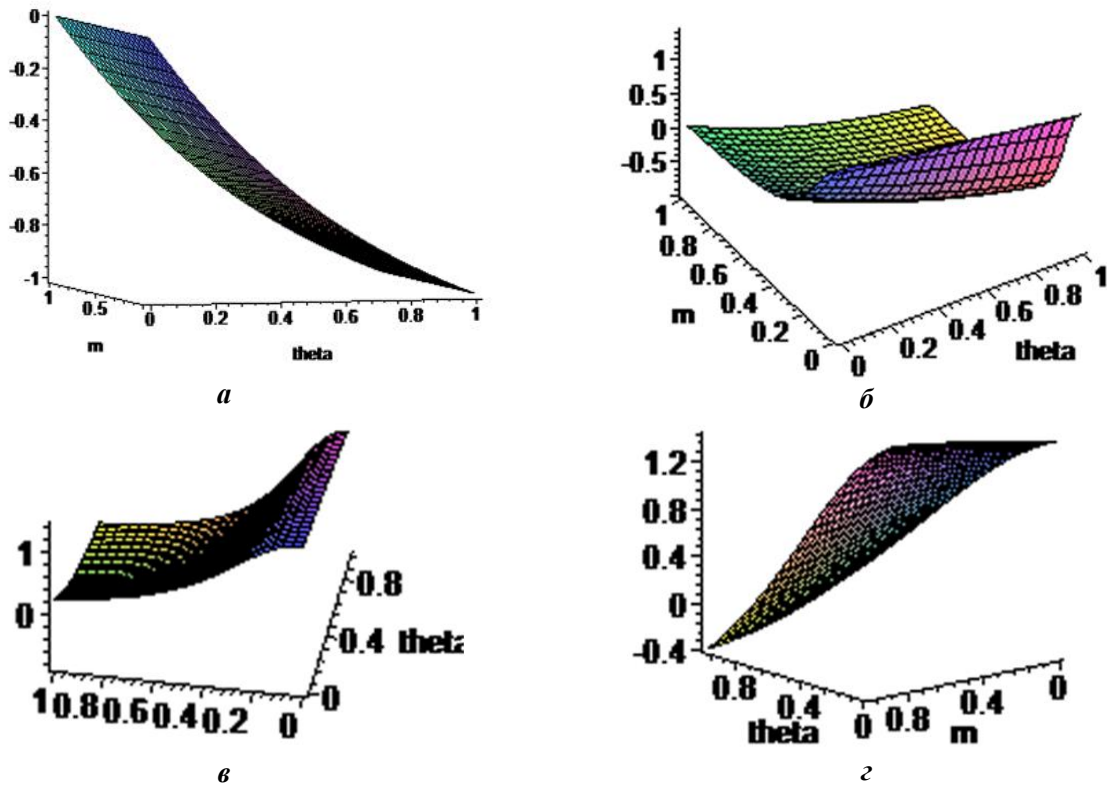
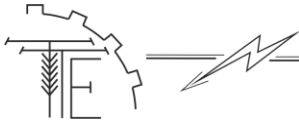


Рис. 4. Показник напруженого стану η в залежності від параметрів q та t на різних стадіях пластичної деформації: розрахунок за (24); $e_j = a) 0, б) 0.2, в) 0.4, г) 1.0$.

Відповідно представлення (24) конкретна траєкторія деформування визначається фіксованими значеннями параметрів q, m . Для аналітичного представлення траєкторії деформування нам ще необхідно отримати описання накопиченої пластичної деформації.

За основу візьмемо співвідношення для накопиченої деформації [6, 7]:

$$\bar{e}_i(\varepsilon_\varphi) = \frac{2\sqrt{3}}{3} \cdot \int_0^{\varepsilon_\varphi} \sqrt{\left(\frac{d\varepsilon_z}{d\varepsilon_\varphi}\right)^2 + \frac{d\varepsilon_z}{d\varepsilon_\varphi} + 1} \cdot d\varepsilon_\varphi. \quad (29)$$

З урахуванням (9) отримаємо:

$$\bar{e}_i(\varepsilon_\varphi) = \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot \int_0^{\varepsilon_\varphi} \sqrt{(1+\theta)^2 \left(1 + \frac{3 \cdot m^2}{\varepsilon_\varphi^2 + m^2}\right)^2 - 4(1+\theta) \left(1 + \frac{3 \cdot m^2}{\varepsilon_\varphi^2 + m^2}\right) + 16} \cdot d\varepsilon_\varphi. \quad (30)$$

Фактично, ми отримали аналітичне представлення траєкторії деформування у параметричному вигляді з параметром ε_φ . Дійсно, на основі (24), (30), запишемо:

$$\left\{ \begin{aligned} \eta(\varepsilon_\varphi) &= \frac{6 \cdot \left(-\frac{1+\theta}{4} \cdot \left(1 + \frac{3 \cdot m^2}{\varepsilon_\varphi^2 + m^2}\right) + 1\right)}{\sqrt{9 + 3 \cdot \left(-\frac{1+\theta}{2} \cdot \left(1 + \frac{3 \cdot m^2}{\varepsilon_\varphi^2 + m^2}\right) + 1\right)^2}}, \{ \varepsilon_\varphi, m \} \in 0, \infty, \theta \in [0, 1] \\ \bar{e}_i(\varepsilon_\varphi) &= \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot \int_0^{\varepsilon_\varphi} \sqrt{(1+\theta)^2 \left(1 + \frac{3 \cdot m^2}{\varepsilon_\varphi^2 + m^2}\right)^2 - 4(1+\theta) \left(1 + \frac{3 \cdot m^2}{\varepsilon_\varphi^2 + m^2}\right) + 16} \cdot d\varepsilon_\varphi, \end{aligned} \right. \quad (31)$$

Авторами [6, 7] застосовується параметричне представлення траєкторії деформування з іншим параметром t :

$$\varepsilon_\varphi = m \cdot tg(t), \quad t \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]. \quad (32)$$

Перетворимо параметричне представлення з урахуванням останньої заміни. Під час знаходження визначеного інтеграла необхідно врахувати, що:



$$d\varepsilon_\varphi = \frac{m}{\cos^2(t)} \cdot dt. \quad (33)$$

Після деяких перетворень, отримаємо:

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta(t) = \frac{\frac{3}{2} \cdot (4 - (1 + \theta) \cdot (1 + 3 \cos^2(t)))}{\sqrt{9 + \frac{3}{4} \cdot (2 - (1 + \theta) \cdot (1 + 3 \cos^2(t)))^2}}, \\ \bar{e}_i(t) = \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot m \cdot \int_0^t \frac{\sqrt{(2 - (1 + \theta)(1 + 3 \cos^2(\tau)))^2 + 12}}{\cos^2(\tau)} \cdot d\tau, \\ \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]. \end{array} \right. \quad m \in (0, \infty), \theta \in [0, 1], t \quad (34)$$

В початковий момент деформування при $t = 0$ з цього співвідношення випливає:

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta(0) = \frac{-2 \cdot \theta}{\sqrt{1 + \frac{1}{3} \cdot (2 \cdot \theta + 1)^2}}, \\ \bar{e}_i(0) = 0, \end{array} \right. \quad \theta \in [0, 1], \quad (35)$$

тобто траєкторія деформування може брати початок в точках осі абсцис, що знаходяться праворуч від точки $\eta = -1$.

В окремому випадку при $\theta = 1$ співвідношення (34) перетворюється до виразу:

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta(t) = \frac{1 - 3 \cos^2(t)}{\sqrt{1 + 3 \cos^4(t)}}, \\ \bar{e}_i(t) = m \cdot \int_0^t \sqrt{3 + \frac{1}{\cos^4(\tau)}} \cdot d\tau, \end{array} \right. \quad m \in (0, \infty), t \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right], \quad (36)$$

що отриманий авторами [6, 7].

Звернемо увагу, що останнє співвідношення має тільки одну матеріальну сталу m , а узагальнене співвідношення (34) дві матеріальні сталі - q, m . Ще одна перевага отриманого останнього співвідношення полягає у відсутності матеріальної сталої в аналітичному виразі для напруженого стану параметричного представлення траєкторії деформування. Наслідком цього є додаткові зручності аналізу цих співвідношень та підбору значення матеріальної сталої на основі експериментальних даних. В узагальнених співвідношеннях (34) матеріальна стала m також відсутня в аналітичному виразі для показника напруженого стану, проте там залишається матеріальна стала q . Вказані недоліки є природною платою за можливість побудови більш адекватної моделі зміни НДС макрочастинки матеріалу вільної поверхні заготовки під час штампування обкочуванням за умови зміщення вершини кінцевого валка від осі заготовки в напрямку плями контакту.

Переваги представлення траєкторії деформування у вигляді параметричних рівнянь полягають у зручності аналізу цих траєкторій. Так, при фіксованому значенні сталої q можемо визначити значення параметра t , що відповідає точці перетину траєкторією деформування осі ординат. На основі першого рівняння системи (34) запишемо:

$$\eta(t) = 4 - (1 + \theta) \cdot (1 + 3 \cos^2(t)) = 0, \quad t \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]. \quad (37)$$

Звідки випливає:

$$t = \arccos \left(\sqrt{\frac{3 - \theta}{3 \cdot (1 + \theta)}} \right). \quad (38)$$

Наприклад, при $\theta = 1, t \approx 0.9553166180$. На основі другого рівняння системи (36) визначимо:

$$\frac{\bar{e}_i(t = 0.9553166180)}{m} = \int_0^{0.9553166180} \sqrt{3 + \frac{1}{\cos^4(t)}} \cdot dt \approx 2.206, \quad (39)$$

З останньої рівності легко визначити ординату (величину накопиченої деформації) точки перетину траєкторії деформування з віссю ординат, зокрема:

$$\begin{array}{l} \bar{e}_i(\eta = 0, m = 0.1) \approx 0.22; \quad \bar{e}_i(\eta = 0, m = 0.5) \approx 1.1; \\ \bar{e}_i(\eta = 0, m = 0.85) \approx 1.88; \quad \bar{e}_i(\eta = 0, m = 2.0) \approx 4.41. \end{array} \quad (40)$$



На рис. 5 наведено побудовані нами траєкторії деформування для різних значень матеріальних сталей q та m .

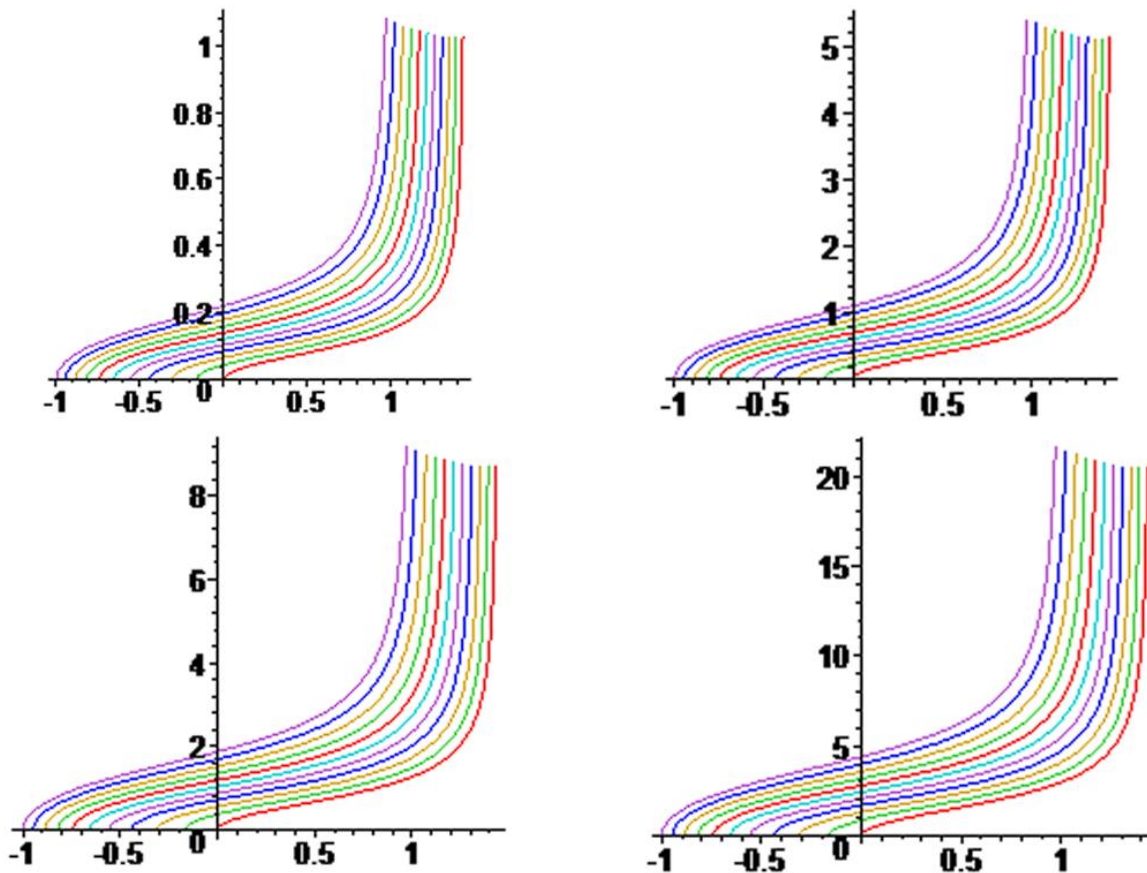


Рис. 5. Траєкторії деформування $\bar{e}_i = \bar{e}_i(h)$ - розрахунок за (34):
 $q \in [0; 1]$, $m = a) 0.1, б) 0.5, в) 0.85, г) 2.0$

5. Висновки

Розглянуто проблеми аналізу напружено-деформованого стану часток матеріалу периферійної зони зовнішнього фланця трубної заготовки при висаджуванні методом ШО. Застосовано аналітичне представлення траєкторії деформування на основі побудови диференціального рівняння між компонентами приростів пластичних деформацій, з подальшим розв'язанням цього рівняння та ідентифікації його параметрів на основі експериментальних даних. Отримано аналітичне представлення траєкторії деформування у параметричному вигляді, перевагою якого є зручність аналізу цих траєкторій. Перевагою розробленої моделі траєкторії деформування часток матеріалу периферійної зони фланця при висаджуванні методом ШО в координатах «показник напруженого стану - накопичена до руйнування пластична деформація» є відсутність матеріальної сталі в аналітичному виразі для напруженого стану, а наслідком - додаткові зручності аналізу співвідношень та підбору значення матеріальної сталі на основі експериментальних даних.

За приведеною методикою побудовані залежності показника напруженого стану від параметрів впливу на різних стадіях пластичної деформації і траєкторії деформування часток матеріалу периферійної зони фланця при висаджуванні методом ШО.

Список використаних джерел

1. Матвійчук В. А., Розвиток енерго- і ресурсозберігаючих технологій заготівельного виробництва. *Техніка, енергетика, транспорт АПК*. 2022. № 4 (119). С. 110–119.
2. Матвійчук В. А., Алиев И. С. Совершенствование процессов локальной ротационной обработки давлением на основе анализа деформируемости металлов : монография. Краматорск : ДГМА. 2009. 267 с.
3. Михалевич В. М. Тензорні моделі накопичення пошкоджень. Вінниця : УНІВЕРСУМ – Вінниця, 1998. 195 с.



4. Матвійчук В. А., Михалевич В. М., Колісник М. А. Оцінка деформовності матеріалу заготовок при прямому і зворотному витискуванні методом штампування обкочуванням. *Вібрації в техніці та технологіях*. 2022. №1 (104). С. 81–91.
5. Матвійчук В. А., Михалевич В. М. Розвиток процесів локального деформування : монографія: Теорія і практика обробки матеріалів тиском. Запоріжжя, вид. АТ «Мотор Січ», 2016. С. 339–363.
6. Mikhalevich V. M., Lebedev A. A., Dobranyuk Yu. V. Modeling of plastic deformation in a cylindrical specimen under edge compression. *Strength of Materials*. Vol. 43, № 6 (2011), P. 591–603.
7. Михалевич В. М., Добранюк Ю. В.. Моделювання напружено-деформованого та граничного станів поверхні циліндричних зразків при торцевому стисненні : монографія. Вінниця : ВНТУ, 2013. 180 с.
8. Михалевич В. М., Добранюк Ю. В., Краєвський О. В. Порівняльне дослідження моделей граничних пластичних деформацій. *Вісник машинобудування та транспорту*. 2018. № 2 (8). С. 56–64.
9. Lebedev A. A., Mikhalevich V. M. On the Choice of Stress Invariants in Solving Problems of Mechanics. *Strength of Materials*. № 35 (3) , Plenum Publishing Corporation (USA), May - June, 2003, 217–224.
10. Краєвський В. О., Матвійчук В. А., Михалевич В. М. Вплив технологічних параметрів на кінематику холодного торцевого розкочування. *Удосконалення процесів та обладнання обробки тиском в машинобудуванні і металургії. Краматорськ. Слов'янськ*. 2003. С. 286–291.
11. Gundebommu S. L., Matvijchuk V., Rubanenko O., Branitskiy Yu. Justification and development of methods building curves boundary deformation of metals. *Materials Today : Proceedings*, 2021, 38, P. 3337–3344.
12. Viktor Matvijchuk, Andrii Shtuts, Mykola Kolisnyk, Ihor Kupchuk, Iryna Derevenko. Investigation of the tubular and cylindrical billets stamping by rolling process with the use of computer simulation. *Periodica Polytechnica, Mechanical Engineering*. 2022. №1 (66), P. 51–58.

References

- [1] Matviychuk, V.A. (2022). Development of energy- and resource-saving technologies of procurement production. *Technology, energy, transport of agricultural industry*, 4 (119), 110–119. [in Ukrainian].
- [2] Matviychuk, V.A., Aliyev, I.S. (2009). *Improving the processes of local rotational pressure processing based on the analysis of the deformability of metals : monograph*. Kramatorsk: DGMA. [in Ukrainian]
- [3] Mikhalevich, V.M. (1998). *Tensor models of damage accumulation*. Vinnytsia: "UNIVERSUM-Vinnytsia". [in Ukrainian].
- [4] Matviychuk, V.A., Mikhalevich, V.M., Kolisnyk, M.A. (2022). Evaluation of the deformability of the material of the blanks during direct and reverse extrusion by the rolling stamping method. *Vibrations in engineering and technology*, 1(104), 81–91. [in Ukrainian].
- [5] Matviychuk, V.A., Mikhalevich, V.M. (2016). *Development of local deformation processes : Monograph*. Theory and practice of processing materials by pressure. Zaporozhye, ed. JSC "Motor Sich", 339–363. [in Ukrainian].
- [6] Mikhalevich, V.M., Lebedev, A.A., Dobranyuk Yu.V. (2011). Modeling of plastic deformation in a cylindrical specimen under edge compression. *Strength of Materials*, 43 (6), 591–603. [in English].
- [7] Mikhalevich, V.M., Dobranyuk, Yu.V. (2013). *Modeling of the stress-strain and limit states of the surface of cylindrical samples under end compression : monograph*. Vinnytsia : VNTU. [in Ukrainian].
- [8] Mikhalevich, V.M., Dobranyuk, Yu.V., Kraevskiy, O.V. (2018). Comparative study of models of limit plastic deformations. *Herald of mechanical engineering and transport*, 2 (8). 56–64. [in Ukrainian]
- [9] Lebedev, A.A., Mikhalevich, V.M. (2003). On the Choice of Stress Invariants in Solving Problems of Mechanics. *Strength of Materials*. Plenum Publishing Corporation (USA), May - June, 35 (3), 217–224. [in English].
- [10] Kraevsky, V.O., Matviychuk, V.A., Mikhalevich, V.M. (2003). Influence of technological parameters on the kinematics of cold end rolling. *Improvement of pressure processing processes and equipment in mechanical engineering and metallurgy*. Kramatorsk. Slavyansk. 286–291. [in Ukrainian]
- [11] Gundebommu, S.L., Matvijchuk, V., Rubanenko, O., Branitskiy, Yu. (2021). Justification and development of methods of building curves boundary deformation of metals. *Materials Today: Proceedings*, 38, 3337–3344. [in English].



- [12] Viktor Matvijchuk, Andrii Shtuts, Mykola Kolisnyk, Ihor Kupchuk, Iryna Derevenko (2022). Investigation of the tubular and cylindrical billets stamping by rolling process with the use of computer simulation. *Periodica Polytechnica, Mechanical Engineering*, 1 (66), 51–58. [in English].

ANALYSIS OF THE STATE OF STRESS AND DEFORMATION OF THE MATERIAL OF THE BILLET WHEN PLANTING BY THE RESOURCE-SAVING METHOD OF STAMPING BY ROLLING

The processes of planting blanks by the rolling stamping method allow for the efficient production of a wide range of high-quality products, but the possibility of material destruction during deformation prevents the expansion of their technological capabilities. Further development of the processes is possible through the development of new technological schemes based on the analysis of deformation kinematics and the appointment of favorable technological parameters, taking into account their influence on the stress-strain state and deformability of the material of the workpieces. In order to widely use the method of assessing the deformability of workpieces, a reliable technique is needed, which provides for the presence of a mathematical model of the trajectory of deformation of material particles in the coordinates "stress state indicator - accumulated plastic deformation before failure." The work uses an approach to finding an analytical representation of the deformation trajectory based on the construction of a differential equation between the components of plastic deformation increments, followed by the solution of this equation and the identification of its parameters based on experimental data. According to the results of the research, the deformation trajectories of the material particles of the peripheral surface of the flange when planting by rolling stamping method were schematically constructed in the coordinates "intensity of deformations - stress state indicator". Based on the built model, damage accumulation can be simulated by changing the values of the model parameters for different materials and deformation paths. An analytical representation of the deformation trajectory in a parametric form was obtained. The advantages of representing the deformation trajectory in the form of parametric equations are the convenience of analyzing these trajectories. The advantage of the model of the trajectory of deformation of material particles in the coordinates "stress state indicator - plastic strain accumulated before failure" is the absence of a material constant in the analytical expression for the stress state, and the consequence is additional convenience of analyzing ratios and selecting the value of the material constant based on experimental data.

Key words: rolling stamping, flange landing, stress-strain state, mathematical model of the deformation trajectory.

F. 40. Fig. 5. Ref. 12.

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ

Матвійчук Віктор Андрійович – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри «Електроенергетики, електротехніки та електромеханіки» Вінницького національного аграрного університету (вул. Сонячна, 3, м. Вінниця, 21008, Україна, e-mail: vamatv50@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-2502-6878>).

Михалевич Володимир Маркусович – доктор технічних наук, професор, кафедра електроенергетики, електротехніки та електромеханіки» Вінницького національного аграрного університету (вул. Сонячна, 3, м. Вінниця, 21008, Україна, email: mykhalevych@vntu.edu.ua).

Штуць Андрій Анатолійович – асистент кафедри «Електроенергетики, електротехніки та електромеханіки» Вінницького національного аграрного університету (вул. Сонячна, 3, м. Вінниця, 21008, Україна, email: shtuts1989@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-4242-2100>).

Viktor Matvijchuk – Doctor of Technical Sciences, Full Professor, Head of the Department of Electric Power Engineering, Electrical Engineering and Electromechanics, Vinnitsa National Agrarian University (3 Solnechna St., Vinnitsa, 21008, Ukraine, email: vamatv50@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-2502-6878>).

Volodymyr Mykhalevych – Doctor of Technical Sciences, Full Professor, Department of Electric Power Engineering, Electrical Engineering and Electromechanics, Vinnitsa National Agrarian University (3 Solnechna St., Vinnitsa, 21008, e-mail: mykhalevych@vntu.edu.ua)

Andrii Shtuts – Assistant Professor, Department of Electric Power Engineering, Electrical Engineering and Electromechanics, Vinnitsa National Agrarian University (3, Solnechna str., Vinnitsa, 21008, Ukraine, email: shtuts1989@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-4242-2100>).