**УДК 629.1.02**
**DOI: 10.37128/2520-6168-2023-1-2**

# МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ДІАГНОСТУВАННЯ ПІДШИПНИКОВОГО ВУЗЛА МАТОЧИНИ КЕРОВАНИХ МОСТІВ КОЛІСНИХ ТРАКТОРІВ ТЯГОВОГО КЛАСУ 1,4

**Борисюк Дмитро Вікторович,** к.т.н., старший викладач
Вінницький національний технічний університет
**Твердохліб Ігор Вікторович,** к.т.н., доцент
**Купчук Ігор Миколайович,** к.т.н., доцент
**Полєвода Юрій Алікович,** к.т.н., доцент
Вінницький національний аграрний університет

**Dmytro Borysiuk,** Ph.D., Senior Lecturer
Vinnytsia National Technical University
**Igor Tverdokhlib,** Ph.D., Associate Professor
**Ihor Kupchuk,** Ph.D., Associate Professor
**Yurii Polievoda,** Ph.D., Associate Professor
Vinnytsia National Agrarian University

*Машинно-тракторний парк підприємств є важливою ланкою з виробництва продукції різних галузей промисловості України. Від його ефективної роботи в значній мірі залежать своєчасне виконання транспортних, сільськогосподарських, дорожньо-будівельних та інших робіт, і в кінцевому випадку собівартість продукції чи послуг.*

*Підшипники кочення є одними з найпоширеніших технічних пристроїв, що застосовуються в машинах. Вони значною мірою визначають надійність і працездатність пристроїв.*

*Ресурс ходової частини тракторів визначається, в основному, ресурсом підшипників кочення. Дефекти виготовлення і експлуатації підшипників по різному впливають на сигнал вібрації і мають різні діагностичні ознаки. Це дозволяє виявити дефекти на етапі їх виникнення та прогнозувати подальший розвиток.*

*В даній роботі розглядається метод вібраційного неруйнівного контролю при проведенні діагностування підшипникових вузлів маточин керованих мостів колісних тракторів тягового класу 1,4. Розроблена авторами математична модель діагностування підшипникових вузлів маточин керованих мостів колісних тракторів тягового класу 1,4 спрямована на визначення технічного стану підшипників кочення та дозволяє прогнозувати їх можливий ресурс роботи. Розроблена математична модель дозволяє визначити зазори в підшипниках, частоти вібрації та середнє значення деформації, викликане навантаженням на підшипник залежно від частоти обертання сепаратора та внутрішнього кільця підшипника, початкового кута контакту роликів в підшипнику, радіусу посадочного місця ролика, внутрішній діаметр підшипника, радіусу кривизни підшипника. Складено рівняння для визначення дисбалансу маточини керованого моста і посадочного зазору підшипників.*

***Ключові слова:*** *математична модель, діагностування, підшипник, вібрація, частота обертання, зазор, кут перекосу, кут контакту.*

***Ф. 14. Рис. 2. Літ. 12.***

## 1. Вступ

Різноманітність умов експлуатації колісних тракторів обумовлює неоднакові терміни зношування різних деталей, в тому числі деталей керованих мостів, при цьому до ремонтних підприємств надходять трактори з невикористаним ресурсом основних агрегатів до 40…70%, а в найбільш напружений період функціонування виробництва внаслідок несправності простоює до 13% тракторів машинно-тракторного парку [1].

Нерівності дорожнього покриття та викликані ними коливання рами і коліс трактора призводять до погіршення експлуатаційно-технічних показників і значного зменшення ресурсу роботи трактора, і в кінцевому результаті виникнення несправності вузлів і агрегатів, в тому числі і

підшипникового вузла маточини керованого моста трактора (рис. 1). У зв'язку з цим, розробка методів діагностування вузлів керованих мостів колісних тракторів для підвищення техніко-експлуатаційних показників їх роботи є актуальним науково-технічним завданням.

## 2. Аналіз останніх досліджень та публікацій

Практичні задачі діагностики підшипників кочення в процесі експлуатації розв'язуються трьома способами: використанням алгоритмів виявлення дефектів за зростанням температури підшипникового вузла, за появою в мастилі продуктів зносу, за зміною властивостей вібрації (шуму).

Визначення температури всередині або на поверхні підшипникового вузла є добре вивченим методом і більше пасує до виявлення надмірного навантаження ніж технічного стану.

Для аналізу продуктів зносу набули поширення безліч методів (гравіметричний, ферометричний, магнітний, спектрометричний, радіографічний), спільними недоліками яких є висока вартість, потреба в кваліфікованому персоналі та тривалий процес визначення технічного стану [2].

Підхід із вимірювання та аналізу вібрації став основним у діагностуванні машин з вузлами обертання, незважаючи на легке потрапляння перешкод до зареєстрованої вібрації. Відтоді було запропоновано безліч алгоритмів із усунення завад для отримання корисного сигналу з наявними ознаками технічного стану в часовому, частотному та частотно-часовому просторах [3-6].

Дослідження з вібродіагностування здебільшого зосереджені на моделюванні вібраційних сигналів і вимірювань вібрації на натурних зразках. На жаль, не завжди вдається виконати експериментальні дослідження на стендах, де можна розкручувати підшипники кочення та обирати додаткові режими навантаження. Тому останнім часом великої популярності набули онлайн центри даних (Case Western Reserve University, США) із численними записами вібраційних реалізацій підшипників кочення [7]. З іншого боку, здатність моделювати вібраційні сигнали за відповідними моделями та програмним забезпеченням позбавлена негативного впливу різноманітних комплексних складових навколишнього середовища. Недолікподібного моделювання може полягати в занадто спрощеній моделі, яка не обліковує більшість процесів, що протікають протягом реального перекочування елементів підшипників. Модель, що лягла в основу опису вібрацій підшипників кочення, була запропонована McFadden P. D. та Smith J. D. [8], де підшипник асоціювався з планетарним редуктором, зокрема внутрішнє кільце із сонячною шестірнею, тіла кочення із сателітами, зовнішнє кільце з епіциклом, а сепаратор із водилом. Ця проста модель дозволяла обчислювати частоти, на яких проявляються пошкодження елементів підшипника кочення та брала до уваги ефекти модуляції внаслідок циклічного перекочування тіл кочення через навантажену зону. Недоліком цієї моделі є уявлення про повністю обертальний характер контакту тіл кочень із кільцями підшипника, що ігнорує наявні ефекти проковзування, які спричинені сепаратором. У моделі [9] запропоновано моделювати вібраційні сигнали з ознаками пошкоджень елементів підшипників як послідовність імпульсних відгуків системи з одним ступенем вільності, де тривалість між повтореннями імпульсів містить випадкову компоненту, яка моделює ефект ковзання. Наступний фундаментальний внесок у моделюванні вібрації підшипників був зроблений

Antoni J. A. та Randall R. B. [10], які запропонували для моделювання вібраційного сигналу підшипників кочення використовувати циклостаціонарний сигнал, який є випадковим процесом із періодичною автокореляційною функцією.

## 3. Виклад основного матеріалу

Найбільш повна і детальна діагностика підшипників з виявленням дефектів на ранніх стадіях виконується за сигналом вібрації підшипника.

Основні проблеми вібродіагностики виникають у двох випадках: коли високочастотна вібрація є дуже слабкою і коли утруднений доступ до місця її розташування [11].

Для підшипників кочення виникають складності виділення високочастотної вібрації із загальної картини.

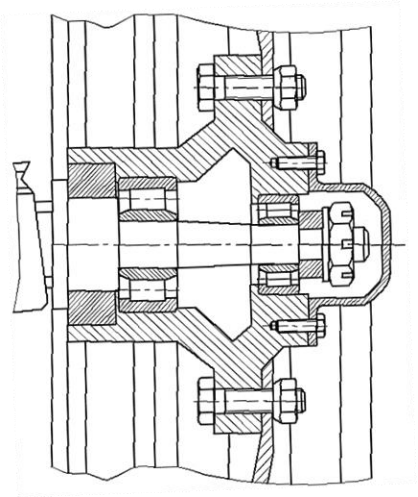

*Рис. 1. Підшипниковий вузол маточини керованого моста колісного трактора серії МТЗ*

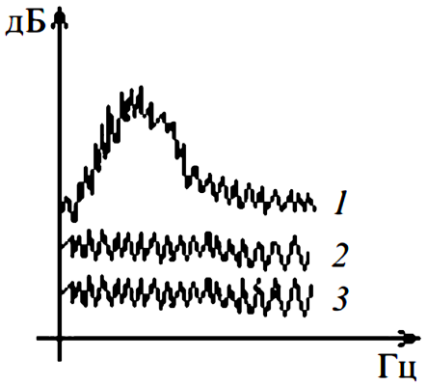


*Рис. 2. Спектральний аналіз вібрації підшипників кочення:*
*1 – складова низькочастотної вібрації;*
*2 – складова середньочастотної вібрації;*
*3 – складова високочастотної вібрації*

У високочастотних підшипниках ці проблеми пов'язані з втратами при поширенні високочастотних вібрацій і розв'язуються шляхом установлення давача вібрації на контакти з нерухомим кільцем підшипника.

У низькообертових підшипниках співвідношення рівнів низькочастотної, середньої і високочастотної вібрацій набагато гірше, ніж у високообертових. Звідси виникають проблеми високочастотної і низькочастотної вібрацій, а також виділення високочастотної складової сигналу на фоні шумів апаратури.

З рис. 2 видно, що при використанні аналізатора спектра з високим динамічним діапазоном і лінійністю не завжди вдається виділити високочастотні складові сигналу. Доводиться аналізувати коливання потужності сигналу на більш низьких частотах і здійснювати вібродіагностику. Важливо, щоб у смугу частот, яка використовується для виділення обвідної, не попадали перешкоди з сильною гармонічною складовою, оскільки відділити ці коливання від інформаційних неможливо [12].

Якщо в цій смузі з'являється одна гармонічна складова великої потужності, то коливання потужності сумарного сигналу знижується і спотворюється інформація про величину дефекту.

Рух системи (зокрема, власна вібрація) визначається в результаті рішення рівняння Лагранжа:

$$\frac{d}{dt}\cdot\frac{\partial T(z_k,\dot{z_k})}{\partial \dot{z_j}}-\frac{\partial T(z_k,\dot{z_k})}{\partial \dot{z_j}}=-\frac{\partial \prod(z_\prod)}{\partial \dot{z_j}}+\Gamma_j(\dot{z})+D_j(\dot{z})+F_j, \quad (1)$$

де $\Gamma_j$ – гіроскопічні та дисипативні сили; $t$ – тривалість функціонування системи; $z_j$ – $j$- а координата векторів; $F_j$ – вимушальні сили; $j = 1, \ldots, n$; $n$ – розмірність векторів.

Модель вібраційного сигналу пошкодженого підшипника кочення має вигляд

$$x(t)=\sum_{i=-\infty}^{+\infty} h(t-iT-\tau_i)\,q(it), \quad (2)$$

де $h(t)$ – імпульсний відгук одиничного удару, що реєструється акселерометром; $q(t)$ – оператор, що обліковує періодичні модуляції, спричинені розподілом навантаження; $T$ – проміжок часу між двома послідовними ударами; $\tau_i$ – оператор, що враховує неточності проміжку часу між $i$-ми ударами внаслідок випадкового ковзання роликів; $t$ – тривалість реєстрації сигналу.

Зазори в підшипниках визначають кінематику підшипника, а отже, і частоти вібрації.

При наявності осьового навантаження на підшипник частота обертання сепаратора $f_{сеп}$ залежить від кута контакту і розмірів підшипника:

$$f_{\text{сеп}}=\frac{2\sum_{q=1}^{2}R_q-d\cos\alpha_i}{4\sum_{q=1}^{2}R_q}f_{\text{вк}}, \quad (3)$$

де $f_{вк}$ – частота обертання внутрішнього кільця підшипника;

$$cos\,\alpha_i = \frac{cos\,\alpha}{1+\left(\frac{\delta}{h}\right)}; \quad (4)$$

де $\alpha$ – початковий кут контакту роликів в підшипнику; $\delta$ – середнє значення деформації, викликане навантаженням на підшипник;

$$h = \sum_{q=1}^{2} r_q - d\,; \quad (5)$$

де $R_q$ – радіус посадочного місця ролика; $q$ – номер кільця підшипника ($q$ = 1 – зовнішнє кільце, $q$ = 2 – внутрішнє кільце); $d$ – внутрішній діаметр підшипника; $r_q$ – радіус кривизни підшипника.

Початковий кут контакту визначається як значенням зазору в підшипнику Δ, так і конструктивним параметром $h$:

$$cos\,\alpha = 1 - \frac{\Delta}{2h}. \quad (6)$$

Для діагностування зазору Δ використовується частота $f_{сеп}$, що визначається за формулою:

$$f_{\text{сеп}} = \frac{2\sum_{q=1}^{2} R_q - d\,\dfrac{1-\dfrac{\Delta/2}{\sum_{q=1}^{2} r_q - d}}{1+\dfrac{\delta}{h}}}{4\sum_{q=1}^{2} R_q} f_{\text{вк}}, \quad (7)$$

При діагностуванні кута контакту $\alpha$

$$f_{\text{сеп}} = \frac{2\sum_{q=1}^{2} R_q - d\,\dfrac{cos\,\alpha}{1+\dfrac{\delta}{h}}}{4\sum_{q=1}^{2} R_q} f_{\text{вк}}, \quad (8)$$

При діагностуванні кута контакту $\alpha$ і зазору Δ може використовуватися не тільки частота $f_{сеп}$ але і будь-яка комбінаційна частот $qf_в \pm sf_{сеп}$ ($s$ – коефіцієнт ковзання підшипника).

Для визначення дисбалансу і посадочного зазору складаються рівняння, де невідомими величинами є значення дисбалансу $e_{1\,(2)}$ і посадочного зазору $\Delta_{11\,(21)}$:

$$A_1' = (k_1^I)_1 M\omega^2\,\mathrm{e}_1 + (k_2^I)_1 R\,sin\,\alpha_1\,cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + (k_3^I)_1\Delta_1 + (k_4^I)_1\Delta_{11}; \quad (9)$$

$$A_2' = (k_1^I)_2 M\omega^2\,\mathrm{e}_2 + (k_2^I)_2 R\,sin\,\alpha_2\,cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + (k_3^I)_2\Delta_2 + (k_4^I)_2\Delta_{21}; \quad (10)$$

$$A_1'' = (k_1^{II})_1 M\omega^2\,\mathrm{e}_1 + (k_2^{II})_1 R\,sin\,\alpha_1\,cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + (k_3^{II})_1\Delta_1 + (k_4^{II})_1\Delta_{11}; \quad (11)$$

$$A_2'' = (k_1^{II})_2 M\omega^2\,\mathrm{e}_2 + (k_2^{II})_2 R\,sin\,\alpha_2\,cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + (k_3^{II})_2\Delta_2 + (k_4^{II})_2\Delta_{21}, \quad (12)$$

де $\left(k_i^I\right)_j$; $\left(k_i^{II}\right)_j$ – експериментально-визначені коефіцієнти ($i$ = 1÷4; $j$ = 1, 2); $A_j'$; $A_j''$ – амплітуда радіальної вібрації маточини керованого моста для $j$-го підшипника; $M$ – маса осьової цапфи керованого моста; $\omega$ – частота обертання колеса; $\Delta_{11}$ – посадочний зазор зовнішнього кільця першого підшипника; $\Delta_{21}$ – посадочний зазор зовнішнього кільця другого підшипника; $R$ – радіус центра кривизни бігової доріжки внутрішнього кільця; $\alpha_1$ – кут перекосу внутрішнього кільця першого підшипника; и$\alpha_2$ – кут перекосу внутрішнього кільця другого підшипника; $\Delta_1$ – зазор в першому підшипнику; $\Delta_2$ – зазор в другому підшипнику; $\alpha$ – кут контакту.

Для першого підшипника значення дисбалансу і посадочного зазору визначаються з рівнянь (9) і (11), для другого підшипника – з рівнянь (10) і (12).

Визначимо $e_1$ і $\Delta_{11}$ для першого підшипника, ввівши такі спрощення:

$$y_1 = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2; \quad (13)$$

$$y_2 = \beta_3 x_1 + \beta_4 x_2; \quad (14)$$

$$\beta_1 = (k_1^I)_1;\ \beta_3 = (k_1^{II})_1;\ \beta_2 = (k_2^I)_1 = (k_3^I)_1 = (k_4^I)_1;\ \beta_4 = (k_2^{II})_1 = (k_3^{II})_1 = (k_4^{II})_1;$$
$$y_1 = A_1';\ y_2 = A_1'';$$

$$x_1 = M\omega^2 \, e_1; \; x_2 = R \sin\alpha_1 \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \Delta_1 + \Delta_{11}.$$

Зі спільного рішення рівнянь (13) і (14) знайдемо:

$$x_1 = \frac{y_1\beta_4 - y_2\beta_2}{\beta_1\beta_4 - \beta_2\beta_3};$$

$$x_2 = \frac{y_1\beta_3 - y_2\beta_1}{\beta_2\beta_3 - \beta_1\beta_4};$$

переходячи до первинних позначень, отримаємо

$$\Delta_{11} = \frac{A_1'(k_1^{II})_1 - A_1''(k_1^I)_1}{(k_2^I)_1(k_1^{II})_1 - (k_1^I)_1(k_2^{II})_1} - R \sin\alpha_1 \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) - \Delta_1;$$

$$e_1 = \frac{1}{M\omega^2} \frac{A_1'(k_2^{II})_1 - A_1''(k_2^I)_1}{(k_1^I)_1(k_2^{II})_1 - (k_2^I)_1(k_1^{II})_1}.$$

Аналогічно, розвязуючи рівняння (10) і (12), одержуємо для другого підшипника значення дисбалансу $e_2$ і посадочного зазору $\Delta_{21}$.

## 4. Висновки

1. Основні особливості діагностування підшипникових вузлів керованих мостів колісних тракторів тягового класу 1,4 визначаються нестабільністю режимів роботи трактора та низьким рівнем високочастотної вібрації.

2. Якість діагностування підшипникових вузлів керованих мостів колісних тракторів тягового класу 1,4 методом спектрального аналізу зростає з підвищенням динамічного діапазону та лінійності технічних засобів спектрального аналізу сигналів вібрації.

3. Представлена математична модель діагностування підшипникових вузлів маточин керованих мостів колісних тракторів тягового класу 1,4 який дозволить, на підставі параметрів вібрації підшипників, визначити технічний стан та прогнозувати можливий ресурс роботи підшипників кочення.

### Список використаних джерел

1. Борисюк Д. В. Вибір та обґрунтування параметрів вібродіагностування керованих мостів колісних тракторів: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук : 05.22.20 / Державний університет «Житомирська політехніка». Житомир, 2020. 21 с.
2. Honarvar F., Martin H. R. New statistical moments for diagnostics of rolling element bearings. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*. 1997. Vol. 119 (3). P. 425–432.
3. Dron J.-P., Bolaers F., Rasolofondraibe L. Improvement of the sensitivity of the scalar indicators (crest factor, kurtosis) using a denoising method by spectral subtraction: application to the detection of defects in ball bearings. *Journal of Sound and Vibration*. 2004. Vol. 270 (1-2). P. 61–73.
4. Bolaers F., Cousinard O., Estocq P., Chiementin X., Dron J-P. Comparison of denoising methods for the early detection of fatigue bearing defects by vibratory analysis. *Journal of Vibration and Control*. 2011. Vol. 17 (13). P. 1983–1993.
5. Caesarendra W., Kosasih B., Tieu A. K., Moodie C. A. S. Application of the largest Lyapunov exponent algorithm for feature extraction in low speed slew bearing condition monitoring. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2015. Vol. 50-51. P. 116–138.
6. D'Elia G., Cocconcelli M., Mucchi E. An algorithm for the simulation of faulted bearings in non-stationary conditions. *Meccanica*. 2018. Vol. 53 (4). P. 1147–1166.
7. Smith W. A., Randall R. B. Rolling element bearing diagnostics using the Case Western Reserve University data: a benchmark study. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2015. Vol. 64-65. P. 100–131.
8. McFadden P. D., Smith J. D. Vibration monitoring of rolling element bearings by the high-frequency resonance technique – a review. *Tribology International*. 1984. Vol. 17 (1). P. 3–10.
9. Ho D., Randall R. B. Optimisation of bearing diagnostic techniques using simulated and actual bearing fault signals. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2000. Vol. 14 (5). P. 763–788.
10. Antoni J. A., Randall R. B. Stochastic Model for Simulation and Diagnostics of Rolling Element Bearings with localized faults. *Journal of Vibration and Acoustics*. 2003. Vol. 125 (3). P. 282–289.
11. Antoni J. Cyclic spectral analysis of rolling-element bearing signals: Facts and fictions. *Journal of Sound and Vibration*. 2007. Vol. 304. P. 497–529.

12. Гуров А.П., Шарейко Д.Ю. Вібродіагностика. Миколаїв: УДМТУ, 2003. 116 с.

**References**

[1] Borysyuk, D. V. (2020). *Vibír ta obgruntuvannya parametrív víbrodíagnostuvannya kerovanikh mostív kolísnikh traktorív : avtoref. dis. na zdobuttya nauk. stupenya kand. tekhn. nauk. [Selection and substantiation of parameters for vibration diagnostics of steered axles of wheeled tractors: Extended abstract of candidate's thesis]*, Zhytomyr Polytechnic State University. Zhytomyr [in Ukrainian].

[2] Honarvar, F., Martin, H. R. (1997). New statistical moments for diagnostics of rolling element bearings. *Journal of Manufacturing Science and Engineering, 119 (3),* 425-432 [in English].

[3] Dron, J.-P., Bolaers, F., Rasolofondraibe, L. (2004). Improvement of the sensitivity of the scalar indicators (crest factor, kurtosis) using a denoising method by spectral subtraction: application to the detection of defects in ball bearings. *Journal of Sound and Vibration, 270 (1-2),* 61-73 [in English].

[4] Bolaers, F., Cousinard, O., Estocq, P., Chiementin, X., Dron, J-P. (2011). Comparison of denoising methods for the early detection of fatigue bearing defects by vibratory analysis. *Journal of Vibration and Control, 17 (13),* 1983-1993 [in English].

[5] Caesarendra, W., Kosasih, B., Tieu, A. K., Moodie, C. A. S. (2015). Application of the largest Lyapunov exponent algorithm for feature extraction in low speed slew bearing condition monitoring. *Mechanical Systems and Signal Processing, 50-51,* 116-138 [in English].

[6] D'Elia, G., Cocconcelli, M., Mucchi, E. (2018). An algorithm for the simulation of faulted bearings in non-stationary conditions. *Meccanica, 53 (4),* 1147-1166 [in English].

[7] Smith, W. A., & Randall, R. B. (2015). Rolling element bearing diagnostics using the Case Western Reserve University data: a benchmark study. *Mechanical Systems and Signal Processing, 64-65,* 100-131 [in English].

[8] Mc Fadden, P. D., & Smith, J. D. (1984). Vibration monitoring of rolling element bearings by the high-frequency resonance – a review. *Tribology International, 17 (1),* 3-10 [in English].

[9] Ho, D., & Randall, R. B. (2000). Optimisation of bearing diagnostic techniques using simulated and actual bearing fault signals. *Mechanical Systems and Signal Processing, 14 (5),* 763-788 [in English].

[10] Antoni, J. A., & Randall, R. B. (2003). Stochastic Model for Simulation and Diagnostics of Rolling Element Bearings with localized faults. *Journal of Vibration and Acoustics, 125 (3),* 282-289 [in English].

[11] Antoni, J. (2007). Cyclic spectral analysis of rolling-element bearing signals: Facts and fictions. *Journal of Sound and Vibration, 304,* 497-529 [in English].

[12] Gurov, A. P., & Shareiko, D. Yu. (2003). *Vibrodiahnostyka [Vibrodiagnosis]*. Mykolaiv : UDMTU [in Ukrainian].

## MATHEMATICAL MODEL OF DIAGNOSTIC BEARING ASSEMBLY OF HUB OF STEERING AXLES OF WHEEL TRACTORS OF DRIVING CLASS 1,4

*The machine-tractor fleet of enterprises is an important link in the production of products of various branches of industry in Ukraine. The timely performance of transport, agricultural, road construction and other works, and ultimately the cost of products or services, largely depend on its effective work.*

*Rolling bearings are one of the most common technical devices used in machines. They largely determine the reliability and performance of devices.*

*The resource of the tractor chassis is mainly determined by the resource of the rolling bearings. Defects in the manufacture and operation of bearings affect the vibration signal in different ways and have different diagnostic signs. This makes it possible to identify defects at the stage of their occurrence and predict further development.*

*In this work, the method of vibrational non-destructive testing is considered when diagnosing the bearing assemblies of the hubs of steered axles of wheeled tractors of traction class 1.4. The mathematical model developed by the authors for diagnosing the bearing units of the hubs of steered axles of traction class 1.4 wheeled tractors is aimed at determining the technical condition of the rolling bearings and allows predicting their possible service life. The developed mathematical model allows you to determine the clearances in the bearings, vibration frequencies and the average value of deformation caused by the load on the bearing depending on the frequency of rotation of the separator and the inner ring of the bearing, the initial contact angle of the rollers in the bearing, the radius of the seat of the roller, the inner diameter of the bearing, the radius of curvature of the bearing. An equation was created to determine the unbalance of the*

*hub of the steered axles and the seating clearance of the bearings.*

***Key words:*** *mathematical model, diagnostics, bearing, vibration, rotation frequency, gap, misalignment angle, contact angle.*

***F. 14. Fig. 2. Ref. 12.***

## *ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ*

**Борисюк Дмитро Вікторович** – кандидат технічних наук, старший викладач кафедри автомобілів та транспортного менеджменту Вінницького національного технічного університету (21021, м. Вінниця, вул. Воїнів–Інтернаціоналістів, 7, ауд. 3222, e-mail: bddv@ukr.net, https://orcid.org/0000-0001-8572-6959).
**Твердохліб Ігор Вікторович** – кандидат технічних наук, доцент кафедри загальнотехнічних дисциплін та охорони праці Вінницького національного аграрного університету (21008, м. Вінниця, вул. Сонячна 3, ВНАУ, 21008, e-mail: igor_tverdokhlib@yahoo.com, https://orcid.org/0000-0003-1350-3232).
**Купчук Ігор Миколайович** – кандидат технічних наук, доцент кафедри загальнотехнічних дисциплін та охорони праці Вінницького національного аграрного університету (вул. Сонячна, 3, м. Вінниця, 21008, Україна, +380978173992, kupchuk.igor@i.ua, http://orcid.org/0000-0002-2973-6914).
**Полєвода Юрій Алікович** – кандидат технічних наук, доцент кафедри технологічних процесів та обладнання переробних і харчових виробництв Вінницького національного аграрного університету (21008, м. Вінниця, вул. Сонячна, 3, 21008, e-mail: vinyura36@gmail.com, https://orcid.org/0000-0002-2485-0611).

**Dmytro Borysiuk** – Candidate of Technical Sciences (Ph. D in Eng.), Senior Lecturer of the department of automobiles and transport management of Vinnytsia National Technical University (21021, Vinnytsia, Voinov-Internationalistov st., 7, room 3222, e-mail: bddv@ukr.net, https://orcid.org/0000-0001-8572-6959).
**Igor Tverdokhlib** – Candidate of Technical Sciences (Ph.D. in Eng.), associate professor of the department of general technical disciplines and occupational safety, Vinnytsia National Agrarian University (21008, Vinniytsia, st. Sonyachna 3, VNAU, 21008, e-mail: igor_tverdokhlib@yahoo.com, https://orcid.org/0000-0003-1350-3232).
**Ihor Kupchuk** – Ph.D. of Engeneering, Associate Professor at the Department of General Technical Disciplines and Labor Protection of Vinnytsia National Agrarian University (3, Sonychna St., Vinnytsia, 21008, Ukraine, +380978173992, kupchuk.igor@i.ua, http://orcid.org/0000-0002-2973-6914).
**Yurii Polievoda** – Candidate of Technical Sciences (Ph.D. in Eng.), associate professor of the department of technological processes and equipment for processing and food production, Vinnytsia National Agrarian University (21008, Vinnytsia, st. Sonyachna, 3, 21008, e-mail: vinyura36@gmail.com, https://orcid.org/0000-0002-2485-0611).